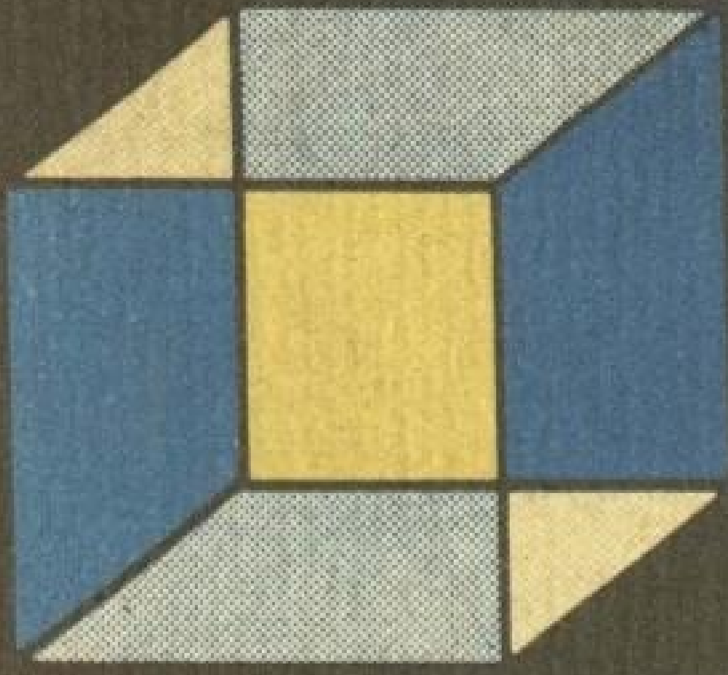
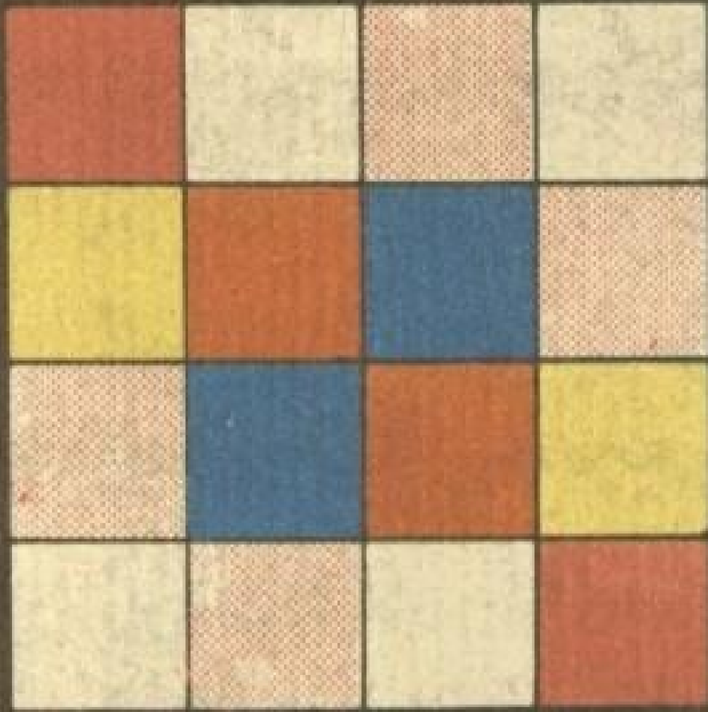
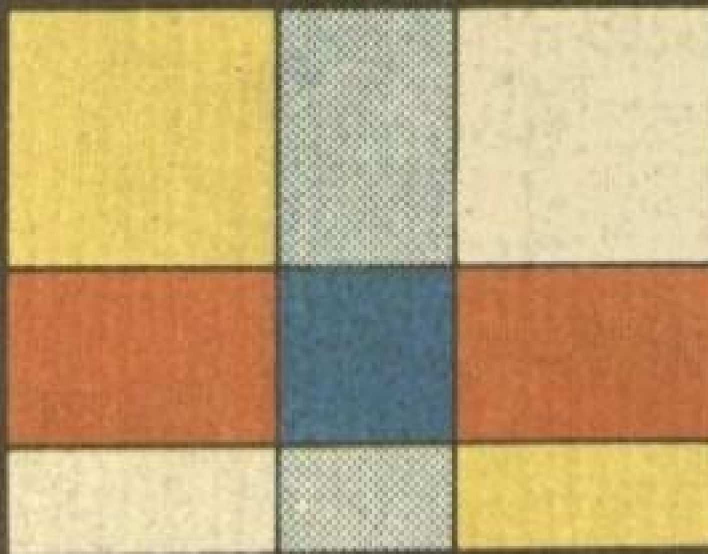
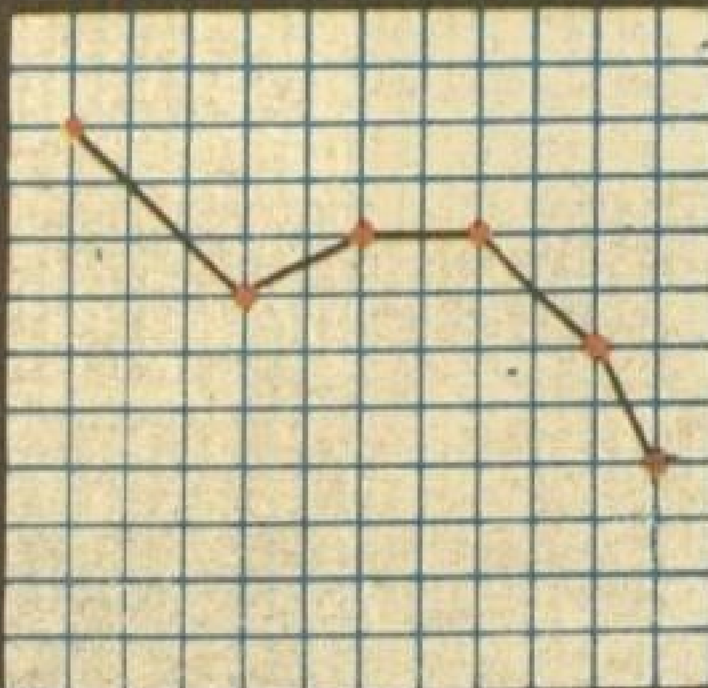








ریاضی

پانچویں جماعت کے لیے



ناشران

فرنٹیئر پبلشنگ کمپنی - اردو بازار لاہور

برائے

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

اپیل

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، ایک قومی ادارہ ہے۔ بچّوں کو معیاری اور سستی نصابی کتب بروقت مہیا کرنا اِس اِدارے کے فرائض میں شامل ہے۔ اِس سال کتابوں کو معیاری اور جدید تر بنانے کے لیے خاص طور پر کوشش کی گئی ہے۔ یہ کتاب چار سدہ ۷۰ گرام ایکسٹرا وائٹ نیلگوں شیڈ والے کاغذ پر چھاپی گئی ہے۔

بورڈ کی ہر نصابی کتاب کے سرورق پر بورڈ کا مخصوص نشان چھپا ہوتا ہے۔ جعل ساز جعلی نشان، گھٹیا کاغذ اور غیر معیاری سیاہی کے استعمال سے ناقص کتب چھاپ کر مارکیٹ میں لے آتے ہیں۔ ان کتب کا مواد بھی غلطیوں سے مبرّا نہیں ہوتا۔ اگر آپ کے ہاتھ کوئی جعلی کتاب لگ جائے تو براہِ کرم متعلقہ کتب فروش کے نام اور پتے کے بارے میں بورڈ کو اطلاع دیں تاکہ جعلی کتب کا گھناؤنا کاروبار کرنے والوں کے خلاف مؤثر کارروائی کی جا سکے۔

بورڈ کی مطبوعہ کتب میں معیارِ طباعت اور جلد بندی درست رکھنے کی پوری کوشش کی جاتی ہے تاہم اگر آپ کے ہاتھ کوئی ایسی کتاب لگے جس میں طباعت یا جلد بندی کے نقائص ہوں تو متعلقہ کتب فروش سے کتاب تبدیل کرنے کا مطالبہ کریں۔ بورڈ نے کتب فروشوں کو ایسی ہدایات جاری کی ہوئی ہیں۔ شکایت کی صورت میں بورڈ کو اطلاع دیں۔

آپ کی اِطلاع کے لیے تحریر ہے کہ اس جماعت کے لیے بورڈ کی شائع شدہ حکومتِ پنجاب کی منظور کردہ کتب مندرجہ ذیل ہیں:

1 — اُردو کی پانچویں کتاب

2 — دینیات برائے جماعت پنجم

3 — معاشرتی علوم برائے جماعت پنجم

4 — اِبتدائی سائنس برائے جماعت پنجم

5 — ریاضی برائے جماعت پنجم

ان کتب کے سوا آپ دیگر اضافی کتب خریدنے کے پابند نہیں ہیں۔ اگر آپ کو مجبور کیا جائے تو مندرجہ ذیل پتے پر اِطلاع دیں۔

چیئرمین

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ

21-ای 2 - گلبرگ 3 - لاہور

ریاضی

پانچویں جماعت کے لیے



ناشران :

سٹینڈرڈ بک ہاؤس ، اُردو بازار ، لاہور

برائے : پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ ، لاہور

تاریخ اشاعت	ایڈیشن	بار	تعداد اشاعت
مارچ 1984ء	اوّل	دوم	20,000

تیار کردہ : پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور، منظور کردہ حکومتِ پنجاب (محکمہ تعلیم) لاہور
بمطابق مراسلہ نمبر 10-1/72 ایس۔او (سی) مورخہ 23 مئی 1974
بطور واحد نصابی کتاب برائے مدارس پنجاب
نظرثانی شدہ : قومی ریویو کمیٹی وفاقی وزارتِ تعلیم و صوبائی رابطہ حکومتِ پاکستان، اسلام آباد
قومی کمیٹی برائے جائزہ کتب نصاب کی تصحیح شدہ

مصنفین :

ڈاکٹر خواجہ غلام کبریا (کنوینر)
ثناء اللہ بھٹی
بلقیس محمد الدین
سید امیر حسین نقوی

نگران : محمد اسلم زاہد

ناشر : ظفر حسن چوہدری
مطبع : حیدری پریس لاہور

فہرست

بِسْمِ اللّٰہِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

باب 1

سیٹ ، رومن عددی علامات

1۔سیٹ (اعادہ)

پچھلی جماعتوں میں آپ سیٹ کے چند بُنیادی تصوّرات حاصل کر چکے ہیں اور کسی حد تک یہ بھی دیکھ چُکے ہیں کہ سیٹ ریاضی کی زُبان کے طور پر کیسے اِستعمال ہوتے ہیں ۔ کِسی سیٹ میں موجُود اشیا ، اس سیٹ کے ممبران یا ارکان کہلاتے ہیں ۔ روز مرّہ زندگی میں اِجتماع دو یا زیادہ چیزوں کے اکٹّھا ہونے کو کہتے ہیں ، مگر ریاضی میں سیٹ کے ممبران کی تعداد کا دو یا زیادہ ہونا ضرُوری نہیں۔ چنانچہ آپ نے ایسے سیٹ بھی دیکھے ہوں گے جن میں صرف ایک ہی رُکن تھا۔ یاد دہانی کی خاطر نیچے "یک رُکنی" سیٹوں کی چند مثالیں دی جاتی ہیں ۔

الف = $\{5\}$، با = {اکتوبر}، لام = 1 سے چھوٹے مکمّل اعداد کا سیٹ۔

یاد رہے کہ فقط 0 ہی 1 سے چھوٹا مکمّل عدد ہے ۔ لہٰذا لام بھی "یک رُکنی" سیٹ ہے ۔

آپ نے اِس سیٹ کے متعلّق بھی پڑھا ہے جس میں کوئی رُکن نہیں ہوتا اور جسے **خالی سیٹ** کہتے ہیں مثلاً :

جیم = 2 سے چھوٹے مفرد اعداد کا سیٹ۔

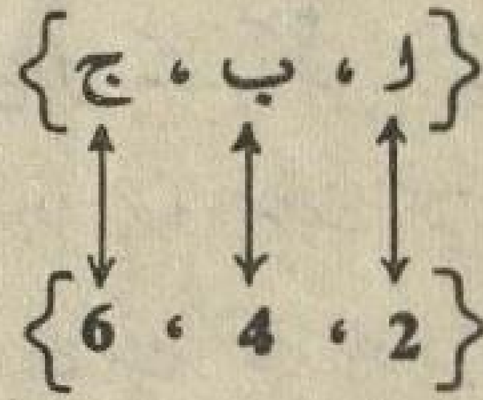
میم = 1 سے چھوٹے قُدرتی اعداد کا سیٹ۔

کاف = ع اور غ کے درمیان اُردو حروفِ تہجّی کا سیٹ۔

آپ جانتے ہیں کہ 2 سب سے چھوٹا مفرد عدد ہے۔ اسی طرح 1 بھی سب سے چھوٹا قدرتی عدد ہے۔ پس سیٹ جیم اور سیٹ میم میں کوئی ممبر نہیں ہو سکتا۔ لہٰذا یہ دونوں خالی سیٹ ہیں۔ چونکہ ع اور غ کے درمیان اُردو کا کوئی بھی حرف نہیں ہے اس لیے کاف بھی خالی سیٹ ہے۔

اگر دو سیٹوں کے درمیان (1–1) مطابقت* قائم کی جا سکے تو یہ مترادف سیٹ کہلاتے ہیں۔ نیز اگر دو سیٹوں کے درمیان (1–1) مطابقت قائم کرنا ممکن نہ ہو تو یہ غیر مترادف سیٹ کہلاتے ہیں۔ مثلاً

الف = {ا ، ب ، ج} اور با = {2، 4، 6} مترادف سیٹ ہیں۔
کیونکہ اِن کے درمیان (1–1) مطابقت قائم کی جا سکتی ہے۔ مثلاً



جبکہ لام = {طوطا ، چڑیا ، مور} اور میم = {فوزیہ ، نعمان} غیر مترادف سیٹ ہیں۔
کیونکہ ان کے درمیان (1–1) مطابقت قائم کرنا ممکن نہیں ہے۔

سیٹوں کو ظاہر کرنے کے تین طریقے ہیں جن میں دو طریقوں کی یہاں وضاحت کریں گے جبکہ تیسرے طریقے کے بارے میں اگلی جماعتوں میں بتایا جائے گا۔

2۔ طریقۂ اندراج :

اگر کسی سیٹ کے ارکان کو بریکٹوں میں لکھا جائے تو یہ سیٹوں کو ظاہر کرنے

---

* یاد رہے کہ اگر دو سیٹوں کے ممبران کے مکمل جوڑے بنانا ممکن ہو تو ہم کہتے ہیں کہ ان سیٹوں کے درمیان (1–1) مطابقت قائم کی جا سکتی ہے۔

کا " طریقۂ اندراج " یا " اندراجی طریقہ " کہلاتا ہے ۔ اگر

الف = {2،1} با = {10،8،6،4،2}

جیم = {طوطا ، چڑیا ، مور} اور کاف = {کاپی ، سلیٹ ، کتاب}

تو ہم کہیں گے کہ یہاں الف ، با ، جیم اور کاف کو اندراجی طریقے سے ظاہر کیا گیا ہے ۔ اگر کسی سیٹ کے ارکان کو محض ایک فقرے میں بیان کر دیں تو یہ اُس سیٹ کو ظاہر کرنے کا بیانیہ طریقہ کہلاتا ہے ۔ اگر

لام = پہلے تین قُدرتی اعداد کا سیٹ

میم = پہلے چار قُدرتی جفت اعداد کا سیٹ

اور نُون = اسلم کے دائیں ہاتھ کی اُنگلیوں کا سیٹ

تو ہم کہیں گے کہ یہاں لام ، میم اور نُون کو بیانیہ طریقے سے ظاہر کیا گیا ہے ۔

3 ۔ رومن عددی علامات :

سابقہ جماعتوں میں آپ عدد اور عددی علامت میں فرق کے متعلّق پڑھ چکے ہیں ۔ آپ کو معلوم ہے کہ عدد ایک تصوّر ہوتا ہے ، جبکہ عددی علامت اِس تصوّر کو ظاہر کرتی ہے ۔ مثال کے طور پر عدد "تین" کو آپ علامت " 3 " سے ظاہر کرتے ہیں ۔ دُنیا کے مختلف مُلکوں میں ایک ہی عدد کو ظاہر کرنے کے لیے مختلف علامات اِستعمال ہوتی ہیں ۔

یہاں ہمارا مقصد اعداد ایک تا بیس کو ظاہر کرنے والی رومن عددی علامات بتانا ہے ۔ یہ علامات آج بھی گھڑیوں وغیرہ میں اِستعمال ہوتی ہیں ۔ اِن علامات کو اگلے صفحے پر دکھایا گیا ہے ۔

اعداد	رومن عددی علامات	اعداد	رومن عددی علامات	اعداد	رومن عددی علامات	اعداد	رومن عددی علامات
ایک	I	دو	II	تین	III	چار	IV
پانچ	V	چھ	VI	سات	VII	آٹھ	VIII
نو	IX	دس	X	گیارہ	XI	بارہ	XII
تیرہ	XIII	چودہ	XIV	پندرہ	XV	سولہ	XVI
سترہ	XVII	اٹھارہ	XVIII	انیس	XIX	بیس	XX

مشق 1

مندرجہ ذیل سیٹوں کو اندراجی طریقہ سے لکھیں۔

(1) آپ کے گھر کے افراد کا سیٹ۔

(2) ہفتے کے دنوں کے ناموں کا سیٹ۔

(3) قمری سال کے مہینوں کے ناموں کا سیٹ۔

(4) شمسی سال کے مہینوں کے ناموں کا سیٹ۔

(5) لام = 29 سے چھوٹے مُفرد اعداد کا سیٹ۔

(6) میم = −10 اور +10 کے درمیان صحیح اعداد کا سیٹ۔

(7) کاف = 20 سے چھوٹے مکمّل اعداد کا سیٹ۔

مندرجہ ذیل سیٹوں کے چند ارکان دیے ہوئے ہیں، باقی ارکان معلوم کریں۔

(8) الف = {1، 2، 3، ....، 10}

(9) با = {1، 3، 5، ....، 19}

(10) جیم = {2، 4، 6، ....، 20}

(1-1) مطابقت قائم کرکے بتائیں کہ دیے گئے سیٹوں کے جوڑوں میں کون سے جوڑے مترادف سیٹوں کے اور کون سے جوڑے غیر مترادف سیٹوں کے ہیں۔

(11) لام = {جواد ، فواد} اور میم = {عدنان ، عمران}

(12) الف = {4‘3‘2‘1} اور با = {100‘98‘96‘94}

(13) میم = {5-‘3-‘1-} اور نُون = {6+‘5+‘3+‘1+}

(14) الف = قدرتی اعداد 1 تا 10 کا سیٹ اور با = اُردو حروفِ تہجّی ج تا س کا سیٹ۔

(15) خالی اور یک رُکنی سیٹوں کی تین تین مثالیں دیں۔

باب 2

اجزائے ضربی، مُفرد تجزّی

1- اجزائے ضربی: ہم کسی عدد کو حاصل جمع کے طور پر لکھ سکتے ہیں مثلاً

$8+7=15$ اس میں 7 اور 8، 15 کے جمعی اجزا ہیں۔

نیز $5+6+4=15$ اِس لیے 5،6،4 بھی 15 کے جمعی اجزا ہیں۔ 15 کے کئی اور جمعی اجزا بھی ہو سکتے ہیں۔ اس طرح ہم کسی عدد کو حاصل ضرب کے طور پر بھی لکھ سکتے ہیں۔ مثلاً $4\times 3=12$

یہاں 3×4 یا 12 حاصل ضرب اور 3، 4 اِس کے اجزائے ضربی ہیں۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ:

3، 12 کا جزو ضربی ہے اور 4، 12 کا جزو ضربی ہے۔

یا یوں بھی کہا جا سکتا ہے کہ 3، 12 کو پُورا پُورا تقسیم کرتا ہے اور 4 بھی 12 کو پُورا پُورا تقسیم کرتا ہے، اِس لیے 3 اور 4، 12 کے اجزائے ضربی ہیں۔

لیکن اگر غور کیا جائے تو صرف 3،4 ہی 12 کے اجزائے ضربی نہیں ہیں بلکہ ان کے علاوہ 12 کے اجزائے ضربی اور بھی ہیں کیونکہ

$12=6\times 2$ اس لیے 2 اور 6 بھی 12 کے اجزائے ضربی ہیں۔

$12=3\times 2\times 2$ اس لیے 2،2 اور 3 بھی 12 کے اجزائے ضربی ہیں۔

$12=12\times 1$ اس لیے 1 اور 12 بھی 12 کے اجزائے ضربی ہیں۔

اس طرح 12،6،4،3،2،1 میں سے ہر ایک 12 کا جزو ضربی ہے۔ اِس لیے ہم کہتے ہیں کہ 12 کے تمام اجزائے ضربی کا سیٹ، مندرجہ ذیل ہے۔

{12،6،4،3،2،1}

اب ہم 20 کے اجزائے ضربی کا سیٹ معلوم کرنا چاہتے ہیں۔

20 عدد 1 سے تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 1، 20 کا جزو ضربی ہے۔

20 عدد 2 سے تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 2، 20 کا جزو ضربی ہے۔

20 عدد 4 سے تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 4، 20 کا جزو ضربی ہے۔

20 عدد 5 سے تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 5، 20 کا جزو ضربی ہے۔

20 عدد 10 سے تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 10، 20 کا جزو ضربی ہے۔

20 عدد 20 سے تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 20، 20 کا جزو ضربی ہے۔

پس 20 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {20،10،5،4،2،1}

اُوپر کی مثالوں کی مدد سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ 1 ہر عدد کا جزو ضربی ہے۔

آئیے اجزائے ضربی کے بارے میں ایک دلچسپ بات پڑھیں۔

مثال 1: کوئی سا عدد لیں مثلاً 24

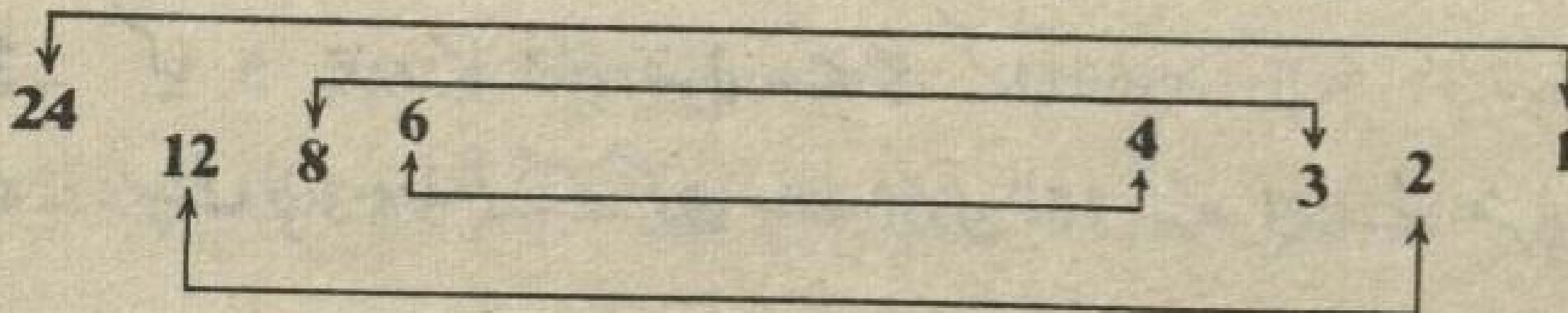
24 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {24،12،8،6،4،3،2،1}

اس سیٹ کے ممبران کو ترتیب صعودی میں لکھا گیا ہے۔

اس ترتیب میں سب سے پہلا جزو ضربی 1 اور سب سے آخری 24 ہے جن کا حاصل ضرب 24×1 یعنی 24 ہی ہے۔

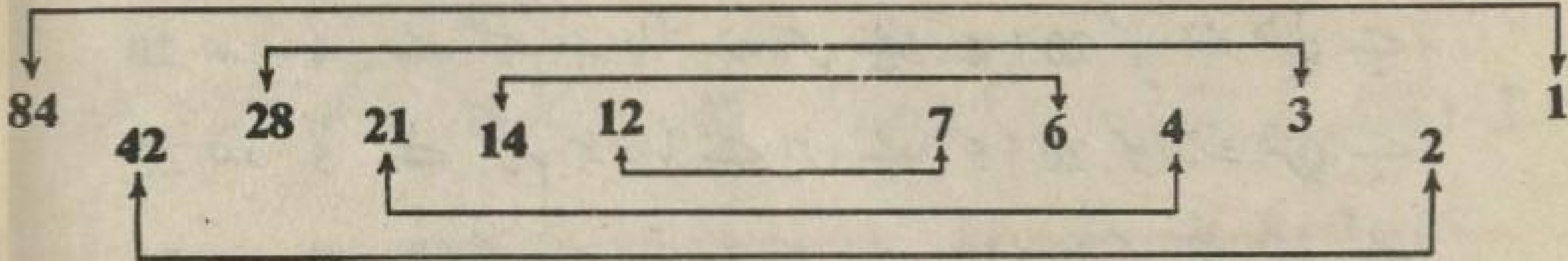
شروع سے دوسرا جزو ضربی 2 اور آخر سے دُوسرا جزو ضربی 12 ہے، ان کا حاصل ضرب 12×2 یعنی 24 ہی ہے۔

اِس طرح شروع سے تیسرا جزو ضربی 3 اور آخر سے تیسرا جزو ضربی 8 ہے جن کا حاصل ضرب 8×3 یعنی 24 ہی ہے۔ اس بات کو مندرجہ ذیل شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔

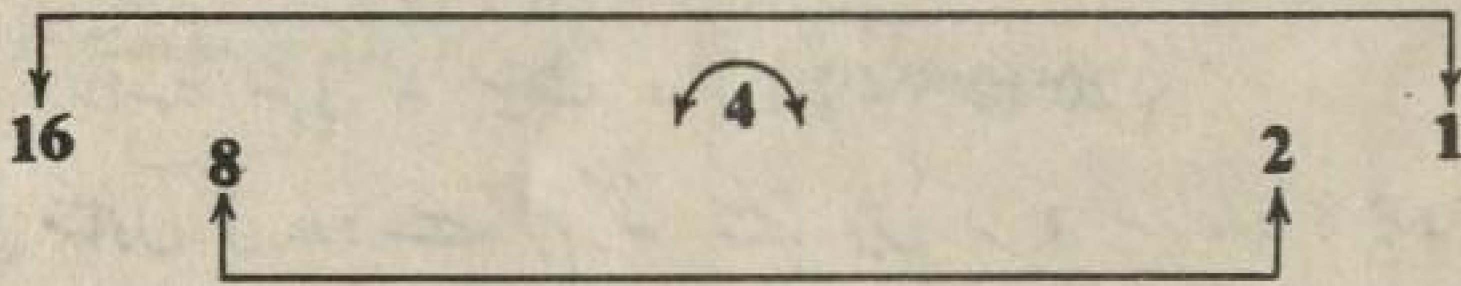


اجزائے ضربی کے جن جوڑوں کو لکیروں سے ملایا گیا ہے ان سب جوڑوں کا حاصل ضرب 24 ہے۔ ہر عدد کے لیے اس طرح کے جوڑے بنائے جا سکتے ہیں۔

مثال 2 : 84 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1، 2، 3، 4، 6، 7، 12، 14، 21، 28، 42، 84}



مثال 3 : 16 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1، 2، 4، 8، 16}



یہاں $16 = 16 \times 1$ ، $16 = 8 \times 2$ اور $16 = 4 \times 4$

16 کے اجزائے ضربی کی تعداد طاق ہے۔ درمیانی جزوِ ضربی 4 کو اپنے آپ سے ضرب دی جائے تو بھی 16 ہی حاصل ہوتا ہے۔

مشق 2.1

1۔ مندرجہ ذیل میں سے ہر عدد کے اجزائے ضربی کا سیٹ معلوم کیجیے۔

6، 14، 15، 16، 21، 28، 30، 32، 40، 45، 48، 49، 50، 54، 55

2۔ مندرجہ ذیل میں سے ہر عدد کے اجزائے ضربی کا سیٹ لکھیے اور اجزائے ضربی کے ایسے جوڑے معلوم کیجیے جن کا حاصل ضرب دیے ہوئے عدد کے برابر ہو۔

8، 9، 22، 26، 36، 42، 35

3۔ کیا 5 چودہ کا جزوِ ضربی ہے؟ کیوں؟

4۔ سیٹ {3، 4، 5} کے کون سے ارکان 15 کے اجزائے ضربی ہیں؟

5 - سیٹ {3،4،5،6،7،8} کے کون سے ارکان نیچے دیے ہوئے اعداد کے اجزائے ضربی ہیں ؟

(ا) 16 (ب) 18 (ج) 20 (د) 21 (ر) 24 (س) 60

مندرجہ ذیل میں سے کون سے بیانات درُست ہیں اور کون سے غلط ؟

6 - (ا) 4 عدد 30 کا جزوِ ضربی ہے۔ (ب) 5 عدد 30 کا جزوِ ضربی ہے -

(ج) 2 عدد 30 کا جزوِ ضربی ہے۔ (د) 30 عدد 30 کا جزوِ ضربی ہے -

2- مُفرد اعداد :

مثال : 17 کے اجزائے ضربی کا سیٹ معلوم کرنا۔

1 تقسیم کرتا ہے 17 کو اس لیے 1 جزوِ ضربی ہے 17 کا -

17 اپنے آپ کو تقسیم کرتا ہے اس لیے 17 جزوِ ضربی ہے 17 کا -

1 اور 17 کے علاوہ 17 کا کوئی اور جزوِ ضربی نہیں ہے - پس 17 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1،17}

ہم دیکھتے ہیں کہ 17 کے اجزائے ضربی کے سیٹ میں صرف دو ممبران ہیں۔

"اگر کسی عدد کے اجزائے ضربی کے سیٹ میں دو ہی ممبران ہوں تو ایسے عدد کو مفرد عدد کہتے ہیں "

اِس کے برعکس **"اگر کسی قدرتی عدد کے اجزائے ضربی کے سیٹ میں دو سے زیادہ ممبران ہوں تو ایسے عدد کو مرکّب عدد کہتے ہیں "** مثلاً

4 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1،2،4} جس میں تین ممبران ہیں - اِس لیے 4 مرکب عدد ہے - اِس طرح 6،8،9،10 بھی مرکب اعداد ہیں -

- ہمارے لیے مُفرِد اعداد زیادہ دِلچسپ ہیں کیونکہ مُفرد اعداد کی مدد سے ہم

کئی دوسرے نتیجے حاصل کرتے ہیں جن میں سے کچھ اس باب میں اور کچھ اگلے باب میں پڑھیں گے ۔

نوٹ : عدد 1 نہ مُفرد ہے نہ ہی مرکّب کیونکہ اس کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1} جس کا ایک ہی رُکن ہے ۔

مشق 2·2

1– مندرجہ ذیل میں سے مُفرد اور مرکّب اعداد الگ الگ کیجیے ۔

6، 7، 8، 9، 17، 19، 21، 100، 1000، 2000، 207

2– مندرجہ ذیل میں سے مُفرد اعداد الگ کیجیے ۔ جو اعداد مفرد نہیں ہیں اُن کے اجزائے ضربی کے سیٹ لکھیے ۔ 163، 251، 287، 203، 401، 529

3– مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے ۔

(ا) ہر مفرد عدد کے صرف ------- ہی اجزائے ضربی ہوتے ہیں ۔

(ب) کسی مفرد عدد کے اجزائے ضربی وہ عدد بذاتِ خود اور ------- ہوتے ہیں ۔

(ج) اگر کسی عدد کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوں تو وہ ------- نہیں ہوتا ۔

4– مندرجہ ذیل میں کون سے بیانات درست اور کون سے غلط ہیں ؟

(ا) ہر مفرد عدد 1 سے بڑا ہوتا ہے ۔ (ب) 2 مُفرد عدد ہے ۔

(ج) تمام مُفرد اعداد طاق اعداد ہوتے ہیں ۔

3- اجزائے ضربی کے لحاظ سے دو خاص اعداد

چونکہ $1 = 1 \times 1$ یا $1 = \frac{1}{1}$

اس لیے 1 اپنا جزوِ ضربی ہے ۔ مگر 1 کا جزوِ ضربی اور کوئی عدد نہیں

پس 1 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1}

نیز $0=0\times1$ پس $0=\frac{0}{1}$

$0=0\times2$ پس $0=\frac{0}{2}$

$0=0\times3$ پس $0=\frac{0}{3}$

اِس سے معلوم ہُوا کہ 0 اعداد 1، 2، 3، 4، .... میں سے ہر ایک پر تقسیم ہو جاتا ہے۔ یعنی ہر عدد 0 کا جزوِ ضربی (اس کے اپنے آپ کے علاوہ) ہوتا ہے۔

مشق 2·3

1۔ مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(ا) عدد .... ہر عدد کا جزوِ ضربی ہوتا ہے۔

(ب) عدد .... کا صرف ایک ہی جزوِ ضربی ہوتا ہے۔

(ج) عدد .... کسی عدد کا جزوِ ضربی نہیں ہوتا۔

(د) ہر عدد ..... کا جزوِ ضربی ہوتا ہے۔

2۔ مندرجہ ذیل میں سے کون سے بیانات غلط اور کون سے درست ہیں؟

(ا) ہر مفرد عدد مکمّل عدد ہوتا ہے۔ (ب) ہر طاق عدد مُفرد عدد ہوتا ہے۔

(ج) کسی مرکّب عدد کے غیر متناہی اجزائے ضربی ہوتے ہیں۔

(د) صفر کے اجزائے ضربی غیر متناہی ہوتے ہیں۔

3۔ مُفرد اعداد کا ایک جوڑا ایسا ہے جس کا فرق ایک ہے وہ مُفرد اعداد کون سے ہیں؟

4۔ تقسیم پذیری کے جائزے:

(i) 2 سے تقسیم ہونے والے اعداد: اگر کسی عدد کا اکائی کا ہندسہ 0، 2، 4، 6، 8

ہو تو وہ عدد 2 پر تقسیم ہو جاتا ہے۔ مثلاً

708	576	844	462	520
↓	↓	↓	↓	↓
اکائی کا ہندسہ 8	اکائی کا ہندسہ 6	اکائی کا ہندسہ 4	اکائی کا ہندسہ 2	اکائی کا ہندسہ صفر

(ii) 3 سے تقسیم ہونے والے اعداد : دیا ہوا عدد جن ہندسوں سے بنا ہے، ان ہندسوں کو بذاتِ خُود اعداد تصوّر کرتے ہوئے جمع کر لیں۔ اگر یہ مجموعہ 3 سے تقسیم ہو سکتا ہے تو دیا ہوا عدد بھی 3 سے تقسیم ہو سکتا ہے۔ مثلاً

عدد 642 میں ہندسے 2،4،6 ہیں اور 2+4+6=12 اور 12 عدد 3 پر تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 642 بھی 3 سے تقسیم ہو سکتا ہے۔ 642 کو 3 پر تقسیم کر کے اُوپر کے نتیجے کی پڑتال کریں۔

اس طرح 576 میں ہندسے 6،7،5 ہیں اور 6+7+5=18 اور 18 تین پر تقسیم ہو جاتا ہے۔ اس لیے 576 بھی 3 پر تقسیم ہو جاتا ہے۔

لیکن 844 میں ہندسے 4،4،8 ہیں اور 4+4+8=16 جو 3 پر تقسیم نہیں ہو سکتا اس لیے 844 بھی 3 پر تقسیم نہیں ہو سکتا۔ تقسیم کر کے پڑتال خود کریں۔

(iii) 4 سے تقسیم ہونے والے اعداد : اگر کسی عدد کے اکائی اور دہائی کے ہندسے سے بننے والا عدد 4 پر تقسیم ہو سکتا ہو یا یہ دونوں ہندسے صفر ہوں تو وہ عدد بھی 4 پر تقسیم ہو سکتا ہے۔ مثلاً 84536 میں اکائی اور دہائی کے ہندسوں سے بننے والا عدد 36 ہے جو 4 پر تقسیم ہو سکتا ہے۔ اِس لیے 84536 بھی 4 پر تقسیم ہو سکتا ہے۔

نیز 100 ، 500 ، 3700 وغیرہ بھی 4 پر تقسیم ہو جاتے ہیں۔

(iv) 5 سے تقسیم ہونے والے اعداد : اگر کسی عدد کا اکائی کا ہندسہ 0 یا

5 ہو تو وہ عدد بھی 5 پر تقسیم ہو سکتا ہے۔ مثلاً 68970 اور 369875

(v) 6 سے تقسیم ہونے والے اعداد : اگر کوئی عدد 2 اور 3 سے تقسیم ہو سکتا ہو تو وہ عدد 6 پر بھی تقسیم ہو سکتا ہے۔ مثلاً 7344

(vi) 9 سے تقسیم ہونے والے اعداد : دیا ہوا عدد جن ہندسوں سے بنا ہے اِن ہندسوں کو اعداد تصوّر کرتے ہوئے جمع کر لیں۔ اگر یہ مجمُوعہ 9 سے تقسیم ہو سکتا ہو تو دیا ہوا عدد بھی 9 سے تقسیم ہو سکتا ہے۔ مثلاً 87381 میں 27=8+7+3+8+1 جو 9 سے تقسیم ہو سکتا ہے اِس لیے 87381 بھی 9 سے تقسیم ہو سکتا ہے۔ تقسیم کا عمل آپ خُود کر کے دیکھیں۔

مشق 2.4

1۔ مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد 2، 4 سے تقسیم ہو سکتے ہیں ؟

84، 575، 678، 800، 4773، 5872، 94596، 235677

2۔ مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد 3 پر تقسیم ہو سکتے ہیں ؟

285، 3415، 2718، 1902، 16241، 80415، 21178، 35124، 16125، 4860

3۔ 145، 415، 283، 2544، 1000011، 312، 246 میں کون سے اعداد :

(ا) 2 سے تقسیم ہو سکتے ہیں ؟ (ب) 3 سے تقسیم ہو سکتے ہیں ؟

(ج) 5 سے تقسیم ہو سکتے ہیں ؟ (د) 9 سے تقسیم ہو سکتے ہیں ؟

4۔ سوال 3 میں دیے گئے اعداد میں سے کون سے اعداد 6 پر تقسیم ہو سکتے ہیں ؟ اور کیوں ؟

5۔ کیا باقی بچتا ہے اگر 31 کو تقسیم کیا جائے ؟

(ا) 2 سے (ب) 3 سے (ج) 5 سے

5- دِیے ہُوئے اعداد میں سے مُفرد اعداد معلوم کرنا :

مثال : 1 سے لے کر 50 تک اعداد لکھیں۔

~~10~~	~~9~~	~~8~~	7	~~6~~	5	~~4~~	3	2	~~1~~
~~20~~	19	~~18~~	17	~~16~~	~~15~~	~~14~~	13	~~12~~	11
~~30~~	29	~~28~~	~~27~~	~~26~~	~~25~~	~~24~~	23	~~22~~	~~21~~
~~40~~	~~39~~	~~38~~	37	~~36~~	~~35~~	~~34~~	~~33~~	~~32~~	31
~~50~~	~~49~~	~~48~~	47	~~46~~	~~45~~	~~44~~	43	~~42~~	41

(1) عدد 1 مُفرد نہیں ہے اِسے کاٹ دیں۔

(2) اب پہلا عدد 2 ہے اِسے چھوڑ کر ایسے تمام اعداد کاٹ دیں جن کا جزوِ ضربی 2 ہے۔

(3) اب باقی اعداد میں سے پہلا عدد 3 ہے۔ اِسے چھوڑ کر ایسے تمام اعداد کاٹ دیں جن کا جزوِ ضربی 3 ہے (چونکہ اِن میں سے کچھ کا جزوِ ضربی 2 بھی ہے اِس لیے انھیں پہلے کاٹا جا چکا ہے)۔

(4) اب جو اعداد باقی رہ گئے ہیں ان میں سے پہلا عدد 5 ہے۔ اِسے چھوڑ کر ایسے تمام اعداد کاٹ دیں جن کا جزوِ ضربی 5 ہے۔ (ان میں سے ایسے اعداد پہلے کاٹے جا چکے ہیں جن کا جزوِ ضربی 2 یا 3 ہے)۔

(5) اب 7 کو چھوڑ کر ایسے تمام اعداد کاٹ دیں جن کا جزوِ ضربی 7 ہے۔ (اس مرتبہ دراصل ہمیں صرف ایک ہی عدد 49 کاٹنا پڑے گا)۔

اِس طرح بچ رہنے والے اعداد 2،3،5،7،11،13،17،19،23،29،31،37،41،43،47 ہیں جو کہ مُفرد اعداد ہیں۔

مثال 2: 121 سے لے کر 160 تک مُفردِ اعداد معلوم کرنا۔

~~128~~	127	~~126~~	~~125~~	~~124~~	~~123~~	~~122~~	~~121~~
~~136~~	~~135~~	~~134~~	~~133~~	~~132~~	131	~~130~~	~~129~~
~~144~~	~~143~~	~~142~~	~~141~~	~~140~~	139	~~138~~	137
~~152~~	151	~~150~~	149	~~148~~	~~147~~	~~146~~	~~145~~
~~160~~	~~159~~	~~158~~	157	~~156~~	~~155~~	~~154~~	~~153~~

ایسے تمام اعداد کو کاٹ دیں جن کا جزوِ ضربی 2‘3‘5‘7‘11 ہو۔

127‘131‘137‘139‘149‘151‘157 مُفردِ اعداد ہیں۔

مشق 2.5

1- 1 سے 100 تک اعداد لکھیں اور مثالوں میں دیے گئے طریقے سے مُفردِ اعداد معلوم کریں۔

2- 151 سے 190 تک مُفرد اعداد معلوم کریں۔

3- 231 سے 270 تک مثال میں دیے گئے طریقے سے مُفردِ اعداد معلوم کریں۔

4- مندرجہ ذیل کو نقل کیجیے اور مثالوں میں دیے گئے طریقے سے مُفردِ اعداد معلوم کیجیے۔

309	308	307	306	305	304	303	302	301
318	317	316	315	314	313	312	311	310
327	326	325	324	323	322	321	320	319
336	335	334	333	332	331	330	329	328
345	344	343	342	341	340	339	338	337
				350	349	348	347	346

6- تجزّی :

مثال 1 : 18 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {18،9،6،3،2،1} اِس سیٹ میں سے اجزائے ضربی 9،2،1 لے کر 18 کو مندرجہ ذیل شکل میں لکھا جا سکتا ہے ۔

$9 \times 2 \times 1 = 18$

$1 \times 2 \times 9$ اٹھارہ کی ایک تجزّی ہے ۔ 18 کی چند اور تجزّیاں مندرجہ ذیل ہیں ۔

1×18 ، 18×1 ، $3 \times 3 \times 2$ ، $3 \times 3 \times 2 \times 1$ ، 6×3 ، $6 \times 3 \times 1$ ، 9×2

مثال 2 : 16 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {16،8،4،2،1}

ہم لکھ سکتے ہیں کہ $16 = 2 \times 2 \times 4$ اِس لیے $2 \times 2 \times 4$ سولہ کی ایک تجزّی ہے لیکن چونکہ ، $4 \times 4 = 16$

$8 \times 2 =$

$16 \times 1 =$

$2 \times 4 \times 2 \times 1 =$

اِس لیے 4×4 ، 2×8 ، $2 \times 4 \times 2 \times 1$ وغیرہ بھی سولہ کی تجزّیاں ہیں ۔

مشق 2·6

1 مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر ایک کی تجزّی معلوم کیجیے ۔

60،56،54،44،42،32،30،20،12،10،4

2 مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر ایک کی کم از کم تین تین مختلف تجزّیاں بنائیں ۔

45،40،32،24،20،12،8

7 - مفرد تجزّی :

مثال 1 : 30 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {30،15،10،6،5،3،2،1}

چونکہ 1×2×15=30 اِس لیے 30 کی ایک تجزّی 1×2×15 ہے۔

اِسی طرح 15×2=30

= 15×2×1

= 6×5

= 5×3×2×1   =5×3×2

= 30×1 وغیرہ

ہم دیکھتے ہیں کہ 30 کی کئی مختلف تجزّیاں ہیں لیکن اِن میں سے تجزّی 5×2×3 ایک ایسی تجزّی ہے جو دُوسروں سے بالکل مختلف قِسم کی ہے۔ کیونکہ اِس میں استعمال ہونے والے اجزائے ضربی 2،3،5 مُفردِ اعداد ہیں - 5×2×3 تیس کی مُفردِ تجزّی ہے اور 2،3،5 عدد 30 کے مُفرد اجزائے ضربی ہیں۔

آیندہ ہم کسی مرکب عدد کی مختلف تجزّیوں میں سے صرف مُفرد تجزّی میں دلچسپی لیں گے کیونکہ ریاضی میں ایسی تجزّی کی زیادہ ضرورت پڑتی ہے۔

مثال 2 : 24 کی مُفردِ تجزّی کرنا۔

24 = 6×4 (6،4 کو اجزائے ضربی لیا گیا ہے)

= 2×2×3×2 (4 اور 6 کے مُفرد اجزائے ضربی لیے گئے ہیں)

اس طرح 24 کے مُفرد اجزائے ضربی 2،2،3 اور 2 ہیں اور مفردِ تجزّی 2×2×3×2 ہے۔ اس کو 2×2×2×3 بھی لکھ سکتے ہیں۔

ہم 24 کے اجزائے ضربی 12 اور 2 بھی لے سکتے تھے - اس طرح

24 = 2×12 = 2×3×4 = 2×3×2×2

طریقہ :

- اجزائے ضربی کا کوئی سا جوڑا لیں۔
- اگر دونوں اجزائے ضربی مفرد ہیں تو ہم نے دیے ہوئے عدد کی تجزّی کر لی ہے۔
- اگر دونوں یا اِن میں سے ایک مرکّب عدد ہے تو ایسے عدد کے مزید اجزائے ضربی بنائیں۔
- یہ عمل اس وقت تک جاری رکھیں جب تک کہ تمام اجزائے ضربی مُفرد اعداد نہ آجائیں۔ اس بات کی وضاحت کے لیے ایک اور مثال دی جا رہی ہے۔

مثال 3 : 60 کی مفرد تجزّی کرنا۔

حل : $15 \times 4 = 60$

$= 5 \times 3 \times 2 \times 2$

اِسی عمل کو مندرجہ ذیل طریقے سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔

2	60
2	30
3	15
5	5
	1

$5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60$

مشق 2.7

1۔ مندرجہ ذیل اعداد کی مُفرد تجزّی کیجیے۔

4، 8، 16، 27، 40، 45، 60، 70، 108، 180، 196، 231

2۔ مثال 3 میں دیے گئے طریقے کے مطابق مُفرد تجزّی کیجیے۔

28، 36، 54، 75

3۔ 972 کی مُفرد تجزّی کیجیے۔

4۔ مندرجہ ذیل میں سے کون سے بیانات درست ہیں اور کون سے غلط ؟

(ا) کسی بھی مرکب عدد کو مُفردِ اعداد کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جا سکتا ہے۔

(ب) اگر کسی عدد کی تجزّی میں اجزائے ضربی مُفردِ اعداد ہوں تو ایسی تجزّی کو مُفرد تجزّی کہتے ہیں۔

(ج) کسی بھی مکمّل عدد کو مُفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جا سکتا ہے۔

5۔ وہ سب سے بڑا مُفردِ عدد معلوم کیجیے جو 68 کا جزوِ ضربی ہو۔

6۔ وہ سب سے بڑا مُفرد عدد معلوم کیجیے جو 148 کا جزوِ ضربی ہو۔

7۔ وہ سب سے بڑا مُفردِ عدد معلوم کیجیے جو 10,000 کا جزوِ ضربی ہو۔

باب 3

عادِ اعظم — ذُو اضعاف اقل

1— مشترک اجزائے ضربی :

مثال 1 : 12 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {12،6،4،3،2،1}

18 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {18،9،6،3،2،1}

کچھ اجزائے ضربی ایسے ہیں جو دونوں سیٹوں میں موجود ہیں۔

ایسے اجزائے ضربی 1،2،3 اور 6 ہیں۔

لہٰذا 12 اور 18 کے مشترک اجزائے ضربی کا سیٹ = {6،3،2،1}

مثال 2 : 16 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {16،8،4،2،1}

24 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {24،12،8،6،4،3،2،1}

16 اور 24 کے مشترک اجزائے ضربی کا سیٹ = {8،4،2،1}

مثال 3 : 20 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {20،10،5،4،2،1}

30 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {30،15،10،6،5،3،2،1}

40 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {40،20،10،8،5،4،2،1}

20،30،40 کے مشترک اجزائے ضربی کا سیٹ = {10،5،2،1}

مشق 3·1

ہر سوال میں دیے ہوئے اعداد کے مشترک اجزائے ضربی کا سیٹ معلوم کریں۔

(1) 8،6 (2) 12،6 (3) 20،15 (4) 36،24

(5) 45‘42   (6) 72‘63   (7) 12‘8‘6   (8) 16‘14‘12

(9) 36‘32‘30   (10) 63‘56‘48   (11) 84‘80‘72   (12) 90‘80‘60

2- سب سے بڑا مشترک جُزوِ ضربی (یا مشترک عادِ اعظم):

مثال 1 : مثال نمبر(1) صفحہ 20 پر غور کریں۔

12 اور 18 کے مشترک اجزائے ضربی کا سیٹ = {1‘2‘3‘6}

اس سیٹ میں سب سے بڑا جزوِ ضربی 6 ہے اِسے 12 اور 18 کا سب سے بڑا مشترک جزوِ ضربی کہیں گے۔

عربی میں 'سب سے بڑے کو اعظم اور جزوِ ضربی کو عاد کہتے ہیں۔ لہٰذا ہم "سب سے بڑا مشترک جزوِ ضربی" کہنے کی بجائے "**مشترک عادِ اعظم**" کہیں گے۔

مثال 2 : 24 اور 36 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کرنا۔

24 کے عادوں کا سیٹ = {1‘2‘3‘4‘6‘8‘12‘24}

36 کے عادوں کا سیٹ = {1‘2‘3‘4‘6‘9‘12‘18‘36}

24 اور 36 کے مشترک عادوں کا سیٹ = {1‘2‘3‘4‘6‘12}

24 اور 36 کا مشترک عادِ اعظم = 12

مثال 3 : 28‘20‘8 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کرنا۔

8 کے عادوں کا سیٹ = {1‘2‘4‘8}

20 کے عادوں کا سیٹ = {1‘2‘4‘5‘10‘20}

28 کے عادوں کا سیٹ = {1‘2‘4‘7‘14‘28}

20‘8 اور 28 کے مشترک عادوں کا سیٹ = {1‘2‘4}

اِن میں سب سے بڑا مشترک عاد 4 ہے۔

اس لیے 20‘8 اور 28 کا مشترک عادِ اعظم = 4

مشق 3.2

ہر سوال میں دیے گئے اعداد کے عادوں (اجزائے ضربی) کا سیٹ معلوم کریں۔
پھر مشترک عادوں کا سیٹ لکھیں اور اس طرح مشترک عادِ اعظم معلوم کریں۔

(1) 75‘45   (2) 77‘21   (3) 48‘24   (4) 80‘27

(5) 60‘36   (6) 64‘56   (7) 25‘20‘15   (8) 88‘72‘48

(9) 108‘96‘84   (10) 120‘105‘90   (11) 104‘91‘78   (12) 120‘132‘144

3۔ مُفرد تجزیٔے اور مشترک عادِ اعظم :

مثال نمبر (2) صفحہ 21 میں 24 اور 36 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کیا گیا تھا۔ اِس مثال میں دیے گئے طریقے کے علاوہ ایک اور طریقے سے بھی مشترک عادِ اعظم دریافت کیا جا سکتا ہے۔ پہلے دونوں اعداد کی مُفرد تجزیّیاں بناتے ہیں۔

$$3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$$

$$3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$$

جزوِ ضربی 2 دونوں میں دو مرتبہ مشترک ہے اور جزوِ ضربی 3 ایک مرتبہ مشترک ہے۔ اِس لیے مشترک عادِ اعظم = $12 = 3 \times 2 \times 2$

اور یہ وہی ہے جو دونوں اعداد کے عادوں کے سیٹ لکھنے کے طریقے سے حاصل ہُوا تھا۔

مثال 1 : 165 اور 210 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کرنا۔

$$11 \times 5 \times 3 = 165$$

$$7 \times 5 \times 3 \times 2 = 210$$

دونوں میں $15 = (5 \times 3)$ مشترک ہے۔ یہی دیے ہوئے اعداد کا مشترک عادِ اعظم ہے۔

مثال 2 : 56‘48 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کرنا۔

$$3\times2\times2\times2\times 2= 48$$

$$7\times2\times2\times2 = 56$$

2 زیادہ سے زیادہ تین مرتبہ دونوں اعداد میں مشترک ہے۔

اِس لیے $2\times2\times2 = 8$ دیے ہوئے اعداد کا مشترک عادِ اعظم ہے۔

مثال 3 : 81‘72‘54 کا مشترک عادِ اعظم معلوم کرنا۔

$$3\times3\times3\times 2= 54$$

$$3\times3\times2\times2\times2 = 72$$

$$3\times3\times3\times3 = 81$$

مشترک عادِ اعظم = $3\times3=9$

مشق 3.3

ہر سوال میں دیے ہوئے اعداد کی مُفرد تجزیاں بنائیں اور اِس طرح ان کا مشترک عادِ اعظم معلوم کریں۔

(1) 45‘30 (2) 84‘96 (3) 275‘35 (4) 90‘700

(5) 108‘36 (6) 175‘72 (7) 60‘45‘30 (8) 32‘44‘28

(9) 60‘50‘20 (10) 64‘28‘8 (11) 126‘84‘42 (12) 75‘55‘35

4 — عادِ اعظم بذریعہ تقسیم :

اِس کے بعد ہم ”مشترک عادِ اعظم“ کو آسانی کی خاطر صرف ” عادِ اعظم“ کہیں گے۔

مثال 1 : 48 اور 56 کا عادِ اعظم معلوم کرنا۔

پہلے ہم اُوپر دی گئی مثال (2) میں دیے گئے اعداد کا عادِ اعظم معلوم کرتے ہیں۔

```
       1
48 / 56
     48    6
     8 / 48
         48
          0
```

پس عادِ اعظم = 8

مثال 2 : 105 اور 135 کا عادِ اعظم معلوم کرنا۔

```
         1
105 / 135
      105     3
      30 / 105
            90    2
            15 / 30
                 30
                  0
```

پس عادِ اعظم = 15

مثال 3 : 525 اور 375 کا عادِ اعظم معلوم کرنا۔

```
         1
375 / 525
      375     2
     150 / 375
           300    2
            75 / 150
                 150
                   0
```

پس عادِ اعظم = 75

مثال 4 : 377 ، 286 اور 416 کا عادِ اعظم معلوم کرنا۔

```
         1
377 / 416
      377     9
      39 / 377
           351    1
            26 / 39
                 26    2
                 13 / 26
                      26
                       0
```

اب 286 کو 13 سے تقسیم کریں

```
       22
13 / 286
     26
      26
      26
       0
```

ہم دیکھتے ہیں کہ 286 بھی 13 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔

اِس لیے عادِ اعظم = 13

مشق 3.4

ہر سوال میں دیے ہوئے اعداد کا عادِ اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

(1) 34، 72 (2) 150، 36 (3) 108، 256 (4) 41، 20 (5) 9، 34

(6) 140، 280 (7) 288، 360 (8) 84، 72، 90

(9) 105، 210، 35 (10) 95، 85، 75 (11) 120، 135، 165

(12) 40، 280، 385 (13) 288، 360، 384 (14) 180، 240، 300

5۔ اضعاف :

کوئی سا عدد لیں۔ مثلاً **6**

6، 3 سے تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے ہم کہتے ہیں کہ 6، 3 کا 2 گُنا یا صرف یہ کہتے ہیں کہ 6، 3 کا گُنا ہے۔

6، 2 سے بھی تقسیم ہو جاتا ہے اس لیے 6، 2 کا بھی گُنا ہے۔

اسی طرح 12، 2 سے تقسیم ہو جاتا ہے یا 2، 12 کا جزوِ ضربی ہے اس لیے 12، 2 کا گُنا ہے۔

3 بھی 12 کا جزوِ ضربی ہے اس لیے 12، 3 کا گُنا ہے۔ اسی طرح 12، 4 اور 6 کا بھی گُنا ہے۔

اب کوئی سا سیٹ لیں۔ مثلاً الف = {1، 2، 3، 4، 5، 6}

سیٹ الف کے ممبران ترتیب صعودی میں لکھے گئے ہیں۔ اِس سیٹ کے ہر ممبر کو 2 سے ضرب دیں تو ہمیں مندرجہ ذیل سیٹ حاصل ہوتا ہے۔

ب =	{2	4	6	8	10	12}
	↓	↓	↓	↓	↓	↓
	2 کا ایک گُنا	2 کا 2 گُنا	2 کا 3 گُنا	2 کا 4 گُنا	2 کا 5 گُنا	2 کا 6 گُنا

عربی میں "گنا" کے لیے لفظ "ضعف" استعمال ہوتا ہے اِس لیے ہم کہتے ہیں کہ سیٹ با کا ہر ممبر یا رکن 2 کا ضعف ہے یا سیٹ با کے ممبران یا ارکان 2 کے اضعاف ہیں [ضعف کی جمع اضعاف]
اسی طرح 15 تین کا ضعف ہے کیونکہ 15= 5×3 لیعنی 15، 3 کا 5 گُنا ہے۔
اگر کسی عدد کے تمام اضعاف معلُوم کرنا ہوں تو قدرتی اعداد کے سیٹ کے ممبران کو اِس عدد سے ضرب دیتے جائیں۔ مثلاً

قدرتی اعداد کا سیٹ - {1، 2، 3، 4، 5، 6، ......}

اِس کے ہر ممبر کو 3 سے ضرب دینے سے

3 کے تمام اضعاف کا سیٹ - {3، 6، 9، 12، 15، 18، ......}

اِسی طرح 5 کے اضعاف کا سیٹ - {5، 10، 15، 20، 25، 30......}

گویا کسی عدد کے اضعاف معلوم کرنا اُسی طرح ہے جس طرح اس عدد سے گننا مثلاً
تین تین کر کے گِننا ہو تو گِنیں گے 3، 6، 9، 12، 15، 18، ......
اور پانچ پانچ کر کے گِننا ہو تو گِنیں گے 5، 10، 15، 20، 25، 30، ......
اور اس طرح وہی اعداد حاصل ہوتے ہیں جو 3 یا 5 کے اضعاف ہیں۔

مشق 3.5

خالی جگہ پُر کیجیے۔

(1) 8 عدد 2 کا ضعف ہے۔ 8 عدد .... کا بھی ضعف ہے۔

(2) 6 اعداد .... اور .... کا ضعف ہے۔

(3) چونکہ 3×4=12 اِس لیے 12 اعداد 3 اور .. .. دونوں کا ضعف ہے۔

(4) چونکہ 5×6=30 اِس لیے 30 اعداد .... اور 6 دونوں کا ضعف ہے۔

(5) چونکہ 7×8 = 56 اِس لیے 56 اعداد .... اور .... دونوں کا ضعف ہے۔

(6) 50 تک 5 کے اضعاف کا سیٹ لکھیے۔

(7) 60 تک 6 کے اضعاف کا سیٹ لکھیے۔

(8) 70 تک 7 کے اضعاف کا سیٹ لکھیے۔

(9) 80 تک 8 کے اضعاف کا سیٹ لکھیے۔

(10) 90 تک 9 کے اضعاف کا سیٹ لکھیے۔

6- مشترک اضعاف :

مثال 1 : 2 کے اضعاف کا سیٹ = {2، 4، 6، 8، 10، 12، 14، 16، ......}

3 کے اضعاف کا سیٹ = {3، 6، 9، 12، 15، 18، 21، ......}

2 اور 3 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = {6، 12، 18، 24، ......}

نوٹ کریں کہ 2 اور 3 کے مشترک اضعاف کا سیٹ وہی ہے جو 6 کے اضعاف کا سیٹ ہے۔

مثال 2 : 3 کے اضعاف کا سیٹ = {3، 6، 9، 12، 15، 18، 21، 24، ......}

4 کے اضعاف کا سیٹ = {4، 8، 12، 16، 20، 24، 28، 32، ......}

3 اور 4 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = {12، 24، 36، 48، ......}

نوٹ کریں کہ 3 اور 4 کے مشترک اضعاف کا سیٹ وہی ہے جو 12 کے اضعاف کا سیٹ ہے۔

مثال 3 : 5 کے اضعاف کا سیٹ = {5، 10، 15، 20، 25، 30، 35، ......}

7 کے اضعاف کا سیٹ = {7، 14، 21، 28، 35، 42، ......}

5 اور 7 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = {35، 70، 105، ......}

3×35، 2×35، 1×35

مشق 3.6

ہر سوال میں دیے ہوئے اعداد کے اضعاف کا سیٹ لکھیں اور پھر مشترک اضعاف کا سیٹ معلوم کریں۔

(1) 8،6 (2) 15،9 (3) 9،6 (4) 15،6 (5) 12،10 (6) 16،12

(7) 24،14 (8) 13،7 (9) 12،8 (10) 8،6،4 (11) 15،10،5 (12) 5،3،2

7- چھوٹے سے چھوٹا مشترک ضعف یا ذُو اضعاف اقل :

مثال 1 : مثال (1) صفحہ 27 پر ہم نے دیکھا تھا کہ

2 اور 3 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = {6،12،18،24،30،......}

30 کے بعد لگائے گئے نقطے یہ ظاہر کرتے ہیں کہ اور بھی غیر متناہی مشترک اضعاف ہیں اور ہم یہ بھی نوٹ کرتے ہیں کہ اضعاف بڑے ہوتے چلے جاتے ہیں۔

لیکن 2 اور 3 کا سب سے چھوٹا مشترک ضعف 6 ہے۔

عربی میں "سب سے چھوٹے" کو "اقل" کہتے ہیں اس لیے ہم "چھوٹے سے چھوٹے مشترک ضعف" کو "ذو اضعاف اقل" کہیں گے۔ پس 2 اور 3 کا ذو اضعاف اقل = 6

مثال 2 : 3 کے اضعاف کا سیٹ = {3،6،9،12،15،18،21،24،27،30،......}

5 کے اضعاف کا سیٹ = {5،10،15،20،25،30،35،......}

3 اور 5 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = {15،30،45،60،75،......}

پس 3 اور 5 کا ذو اضعاف اقل = 15

مثال 3 : 6 کے اضعاف کا سیٹ = {6،12،18،24،30،36،42،48،54،......}

8 کے اضعاف کا سیٹ = {8،16،24،32،40،48،......}

6 اور 8 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = {24،48،72،96،......}

پس 6 اور 8 کا ذو اضعاف اقل = 24

مشق 3·7

مشق 3·6 کے ہر سوال میں دیے گئے اعداد کا ذواضعافِ اقل معلوم کریں۔

8-مفردِ تجزّیٰ اور ذواضعاف اقل :

مثال 1 : 6 اور 8 کا ذواضعافِ اقل معلوم کریں۔

$$3 \times 2 = 6$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

6 اور 8 کی تجزّیوں میں سے کسی ایک میں 2 زیادہ سے زیادہ تین مرتبہ جزوِ ضربی کے طور پر آیا ہے اور 3 صرف ایک مرتبہ۔ اِس لیے ذواضعاف اقل میں 2 تین ہی مرتبہ جزوِ ضربی کے طور پر آئے گا اور 3 صرف ایک مرتبہ۔

پس ذواضعافِ اقل $= 2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$

مثال 2 : 12، 18 اور 24 کا ذواضعافِ اقل معلوم کرنا۔

$$3 \times 2 \times 2 = 12$$

$$3 \times 3 \times 2 = 18$$

$$3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$$

کسی ایک تجزّیٰ میں 2 زیادہ سے زیادہ تین مرتبہ اور 3 زیادہ سے زیادہ دو مرتبہ آیا ہے۔

ذواضعافِ اقل $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$

مشق 3·8

مفرد تجزّیاں بنا کر دیے ہوئے اعداد کے ذواضعافِ اقل معلوم کیجیے۔

(1) 48،36   (2) 72،48   (3) 100،64   (4) 256،108

(5) 256‘100 (6) 60‘65 (7) 45‘25‘15 (8) 24‘18‘12

(9) 70‘65‘60 (10) 336‘252‘84 (11) 625‘250‘100 (12) 420‘210‘30

9 - ذُواضعاف اقل معلوم کرنے کا ایک اور طریقہ :

مثال 1 : 60 اور 84 کا ذواضعافِ اقل معلوم کرنا

2	60-84
2	30-42
3	15-21
	5-7

ذواضعافِ اقل = 2×2×3×5×7=420

پہلے ایسے مُفرد اجزائے ضربی سے تقسیم کرتے جائیں جو کہ دونوں اعداد یا پھر حاصل تقسیم سے ملنے والے اعداد میں مشترک ہوں۔ یہ عمل اس وقت تک جاری رکھیں گے جب تک مزید مشترک اجزا سے تقسیم کرنا ممکن نہیں رہے گا۔

مثال 2 : 28‘35 اور 30 کا ذواضعافِ اقل معلوم کریں۔

2	30-28-35
5	15-14-35
7	3-14-7
	3-2-1

ذواضعافِ اقل = 2×5×7×3×2= 420

مثال 3 : 220 ، 770 اور 660 کا ذواضعافِ اقل معلُوم کرنا۔

2	660-770-220
2	330-385-110
5	165-385-55
11	33-77-11
	3-7-1

ذواضعافِ اقل = 2×2×5×11×3×7=4620

مشق 3·9

مندرجہ ذیل کا ذُواضعافِ اقل معلوم کیجیے ۔

(1) 60‘84　(2) 36‘16　(3) 54‘72　(4) 98‘72

(5) 108‘64　(6) 375‘210　(7) 315‘504　(8) 48‘36‘24

(9) 84‘144‘72　(10) 17‘13‘70　(11) 324‘216‘108　(12) 625‘425‘275

باب 4

کسور کی جمع ، تفریق، ضرب اور تقسیم

1۔ مترادف کسریں (اعادہ) :

چوتھی جماعت میں ہم مترادف کسروں کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ مثلاً $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{4}$ ، $\frac{3}{6}$ مترادف کسریں ہیں کیونکہ دراصل مختصر ترین صورت میں یہ ایک ہی عدد '$\frac{1}{2}$' کو ظاہر کرتی ہیں۔ $\frac{1}{2}$ کے مترادف اور بھی بہت سی کسریں ہو سکتی ہیں۔ اِس لیے ہم کہتے ہیں کہ

$\frac{1}{2}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ = $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}, \ldots\right\}$

کسروں کا یہ سیٹ دراصل $\frac{1}{2}$ کے شمار کنندہ اور مخرج دونوں کو 1، 2، 3، 4، 5، 6، ...... سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔ لہٰذا کسی بھی کسر کی تمام مترادف کسروں کا سیٹ معلوم کرنے کے لیے اِس کسر کے مخرج اور شمار کنندہ دونوں کو ترتیب وار سے ضرب دیتے چلے جائیں۔ اِس طرح

$\frac{3}{4}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ = $\left\{\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \ldots\right\}$

2۔ واجب، غیر واجب اور مخلوط کسریں (اعادہ) :

(i) اگر کسی کسر کا مخرج شمار کنندہ سے بڑا ہو تو ایسی کسر واجب کسر کہلاتی ہے۔
مثلاً $\frac{2}{4}$ ، $\frac{5}{9}$ ، $\frac{13}{16}$ وغیرہ

(ii) اگر کسی کسر کا مخرج شمار کنندہ سے چھوٹا ہو یا اس کے برابر ہو تو ایسی کسر

"غیر واجب کسر" کہلاتی ہے۔ مثلاً $\frac{4}{2}$ ، $\frac{9}{5}$ ، $\frac{16}{13}$ ، $\frac{4}{3}$ ، $\frac{5}{5}$ ، $\frac{11}{11}$ ، $\frac{14}{14}$ وغیرہ

(iii) اگر کسی کسر کے دو حصّے اِس طرح ہوں کہ ان میں سے ایک حصّہ صحیح عدد اور دوسرا حصّہ کسر واجب ہو تو ایسی کسر "مخلوط کسر" کہلاتی ہے۔

مثلاً $4\frac{5}{6}$ ، $5\frac{7}{13}$ ، $13\frac{3}{4}$

اِن کسروں کو یُوں بھی لکھا جا سکتا ہے: $4+\frac{5}{6}$ ، $5+\frac{7}{13}$ ، $13+\frac{3}{4}$

مشق 4·1

(1) مندرجہ ذیل کسروں میں سے ہر ایک کی مترادف کسروں کا سیٹ لکھیے۔

$\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{4}{5}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{3}{7}$ ، $\frac{6}{11}$ ، $\frac{7}{10}$ ، $\frac{7}{9}$ ، $\frac{5}{11}$ ، $\frac{3}{11}$ ، $\frac{11}{12}$ ، $\frac{5}{12}$

(2) مندرجہ ذیل کسروں میں سے واجب، غیر واجب اور مخلوط کسریں الگ الگ کریں۔

$\frac{7}{3}$ ، $\frac{6}{5}$ ، $\frac{3}{17}$ ، $7\frac{3}{4}$ ، $9\frac{5}{6}$ ، $\frac{4}{5}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{11}{13}$ ، $\frac{10}{7}$ ، $\frac{11}{5}$ ، $11\frac{11}{12}$ ، $\frac{12}{5}$ ، $\frac{5}{12}$ ، $5\frac{7}{8}$

3- کسور کی جمع :

مثال 1: چوتھی جماعت میں سیکھے ہوئے طریقے سے ہم جانتے ہیں کہ

$\frac{3}{4}+\frac{5}{8}$ کو حل کرنے کے لیے پہلے $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{8}$ کی مترادف کسریں معلوم کی جاتی ہیں۔

$\frac{3}{4}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ $= \{\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \ldots\}$

$\frac{5}{8}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ $= \{\frac{5}{8}, \frac{10}{16}, \frac{15}{24}, \frac{20}{32}, \frac{25}{40}, \frac{30}{48}, \ldots\}$

ان دونوں سیٹوں میں سے $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{8}$ کی ایسی مترادف کسریں تلاش کریں۔ جن کے مخرج برابر ہیں۔ سیٹوں کو دیکھنے سے پتہ چلتا ہے کہ

$\frac{3}{4}$ کی مترادف کسر $\frac{6}{8}$ اور $\frac{5}{8}$ کی مترادف کسر $\frac{5}{8}$ (ہر کسر اپنے آپ کی مترادف ہوتی ہے) ایسی کسریں ہیں جن کے مخرج برابر ہیں۔

لہٰذا $\frac{11}{8}=\frac{5+6}{8}=\frac{5}{8}+\frac{6}{8}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$ لیکن ان ہی سیٹوں میں $\frac{3}{4}$ کی مترادف کسر $\frac{12}{16}$

اور $\frac{5}{8}$ کی مترادف کسر $\frac{10}{16}$ بھی ایسی کسریں ہیں جن کے مخرج برابر ہیں۔ لہٰذا

$$\frac{22}{16}=\frac{10+12}{16}=\frac{10}{16}+\frac{12}{16}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$$

جسے مختصر ترین صورت میں لکھنے سے $\frac{11}{8}$ حاصل ہوتا ہے۔ پس $\frac{11}{8}=\frac{22}{16}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$

اسی طرح $\frac{11}{8}=\frac{33}{24}=\frac{15+18}{24}=\frac{15}{24}+\frac{18}{24}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$

ہم دیکھتے ہیں کہ $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{8}$ کی کوئی بھی برابر مخرج والی (یا ہم مخرج) مترادف کسریں لینے سے حاصل جمع وہی رہتا ہے۔

اُوپر کی مثال سے معلوم ہوتا ہے کہ

$$\frac{11}{8}=\underbrace{\frac{5}{8}+\frac{6}{8}}_{(ا)}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$$

دونوں کا مخرج 8

$$\frac{11}{8}=\frac{22}{16}=\underbrace{\frac{10}{16}+\frac{12}{16}}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$$

دونوں کا مخرج 16 یا 2 × 8

اس لیے ا میں دی ہوئی دونوں کسروں کے شمار کنندوں کو بھی 2 سے ضرب دی گئی ہے۔

$$\frac{11}{8}=\frac{33}{24}=\underbrace{\frac{15}{24}+\frac{18}{24}}=\frac{5}{8}+\frac{3}{4}$$

دونوں کا مخرج 24 یا 3 × 8

اس لیے ا میں دی ہوئی دونوں کسروں کے شمار کنندوں کو بھی 3 سے ضرب دی گئی ہے۔

اگلا نتیجہ $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{8}$ کی مترادف کسروں کے سیٹوں کو دیکھے بغیر لکھا جا سکتا ہے۔

$$1\frac{3}{8} = \frac{11}{8} = \frac{44}{32} = \underbrace{\frac{20}{32} + \frac{24}{32}}{} = \frac{5}{8} + \frac{3}{4}$$

مخرج 4 × 8 اور شمار کنندوں کو بھی 4 سے ضرب دی گئی ہے۔

نتیجہ: (**1**) کسروں کو جمع کرنے کے لیے ان کو ایسی مترادف کسروں میں تبدیل کرنا ہوتا ہے جن کے مخرج برابر ہوں۔

(**2**) برابر مخرجوں کے لیے الفاظ "مشترک مخرج" بھی استعمال ہوتے ہیں۔

(**3**) دی ہوئی کسروں کو مشترک مخرج والی کسروں میں تبدیل کرتے وقت ہمیں "کئی مشترک مخرج" حاصل ہوتے ہیں جیسا کہ اُوپر کی مثال میں 8، 16، 24، 32 ...... ہیں۔

(**4**) یہ مشترک مخرج دراصل دی ہوئی کسروں کے مخرجوں کے مشترک اضعاف ہیں۔

اِن میں سے کوئی بھی مشترک مخرج (جو کہ دی ہوئی کسروں کے مخرجوں کا مشترک ضعف ہوگا) اِستعمال کریں گے۔

بہتر یہ ہوگا کہ ہم سب سے چھوٹا مشترک مخرج اِستعمال کریں۔

دوسرے لفظوں میں مخرجوں کا ذواضعاف اقل لیں گے۔

اِس طرح ہمیں مترادف کسروں کے سیٹ نہیں لکھنا پڑیں گے۔ پس اُوپر کی مثال کو اب مندرجہ ذیل طریقے سے حل کیا جا سکتا ہے۔

$\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = ?$ 　　　　 4 اور 8 کا ذواضعاف اقل = 8

اِس لیے $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{5}{8} + \frac{\square}{8}$

چونکہ $\frac{3}{4}$ کا مخرج 8 بنا دیا گیا ہے جو کہ 4 کو 2 سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔

اس لیے شمار کنندہ 3 کو بھی 2 سے ضرب دیں تو اِس طرح 6 حاصل ہوتا ہے۔

پس $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} + \frac{5}{8} = \frac{5+6}{8} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$

مثال 2 : $\frac{11}{9} + \frac{13}{6}$ کو حل کرنا۔

پچھلی مثال کی طرح یہاں بھی ہمیں دی ہوئی کسروں کو مشترک مخرج والی کسروں میں تبدیل کرنا ہوگا۔ مخرج 6 اور 9 ہیں۔ اِن کا ذواضعاف اقل = 18

$$\begin{array}{r|l} 3 & 6\,,\,9 \\ \hline & 2\,,\,3 \end{array}$$

ذواضعاف اقل = $3 \times 2 \times 3 = 18$

اس لیے $\frac{11}{9} + \frac{13}{6} = \frac{2 \times 11}{2 \times 9} + \frac{3 \times 13}{3 \times 6} = \frac{22}{18} + \frac{39}{18} = \frac{22 + 39}{18} = \frac{61}{18}$

یا مختصراً $\frac{11}{9} + \frac{13}{6} = \frac{11 \times 2 + 13 \times 3}{18} = \frac{22 + 39}{18} = \frac{61}{18}$

اگر $\frac{61}{18}$ کو مخلوط کسر میں تبدیل کرنا ہو تو 61 کو 18 پر تقسیم کریں گے۔

$$\begin{array}{r} 3 \\ 18\,\overline{)\,61} \\ \underline{54} \\ 7 \end{array}$$

اس لیے $\frac{61}{18} = 3\frac{7}{18}$

مثال 3 : $\frac{17}{4} + \frac{21}{8} + \frac{41}{12}$ کو مختصر کرنا۔

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12\,,\,8\,,\,4 \\ \hline 2 & 6\,,\,4\,,\,2 \\ \hline & 3\,,\,2\,,\,1 \end{array}$$

ذواضعاف اقل = $2 \times 3 \times 2 \times 2 = 24$

$\frac{17}{4} + \frac{21}{8} + \frac{41}{12} = \frac{6 \times 17}{24} + \frac{3 \times 21}{24} + \frac{2 \times 41}{24}$

$= \frac{82 + 63 + 102}{24}$

$= \frac{247}{24}$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 24\,\overline{)\,247} \\ \underline{24} \\ 7 \end{array}$$

$= 10\frac{7}{24}$

$\frac{17}{4} = \frac{؟}{24} = \frac{؟}{6 \times 4}$

$= \frac{6 \times 17}{4 \times 6}$

اسی طرح $\frac{21}{8}$ اور $\frac{41}{12}$ کے لیے یہی عمل کریں

باب 7

سکیل ڈرائینگ اور گراف

1 - سکیل ڈرائینگ :

ارشد نے فوٹو گرافر سے اپنی تصویر بنوائی۔ تصویر میں اس کے قد کی اُونچائی 5 سم ہے۔ اس کا قد 12 ڈیسی میٹر ہے۔ تصویر میں 5 سم لمبائی کتنی اصل لمبائی کو ظاہر کرتی ہے (12 ڈم یا 120 سم) تصویر میں 1 سم لمبائی کتنی اصل لمبائی کو ظاہر کرتی ہے :


(1)

$$24 = 5 \div 120$$

ہم کہتے ہیں کہ تصویر کی سکیل 1 : 24 ہے اور اسے پڑھتے ہیں 1 اور 24 کی سکیل۔ تصویر میں لمبائی اور اُس کے مطابق اصل لمبائی سے ہمیں تصویر کی سکیل حاصل ہوتی ہے۔


(2)


(3)

ارشد کے دوستوں نے اس کی تصویریں (نمبر 2 و 3) بنائیں۔ تصویر نمبر 2 میں تصویر نمبر 1 کے مقابلہ میں ارشد بہت موٹا معلوم ہوتا ہے، اور تصویر 3 میں وہ بہت پتلا دکھائی دیتا ہے۔ تصویر نمبر 2 و 3 اچھی تصویریں نہیں ہیں۔ کیونکہ ان میں راسی اور اُفقی اطراف میں ایک ہی سکیل استعمال نہیں کی گئی ہے۔

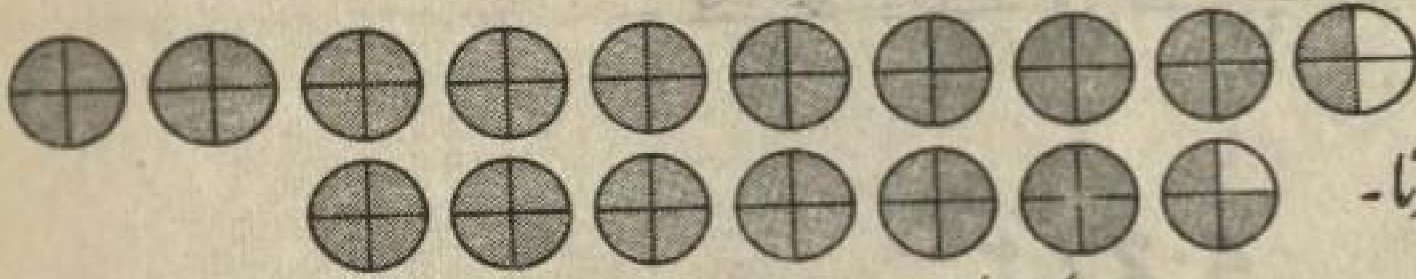
کسی چیز کی صحیح تصویر وہ ہو گی جس میں راسی اور اُفقی جانب ایک ہی سکیل استعمال کی گئی ہو۔ یعنی دونوں طرف فاصلے ایک ہی حساب سے کم کیے گئے ہوں۔

تین چوتھائیوں ($\frac{3}{4}$) میں ایک چوتھائی ($\frac{1}{4}$) جمع کی تو چار چوتھائیاں ($\frac{4}{4}$) حاصل ہوئیں

اور 5 میں 7 جمع کرنے سے 12 حاصل ہوا۔

ہمیں یہ بھی معلوم ہے کہ $\frac{4}{4} = 1$ (چار چوتھائیاں = ایک)

$$13 = 12 + 1 = 12 + \frac{4}{4} = 12\frac{4}{4}$$



مثال 2: $6\frac{3}{4} + 9\frac{1}{2}$ کو حل کرنا۔

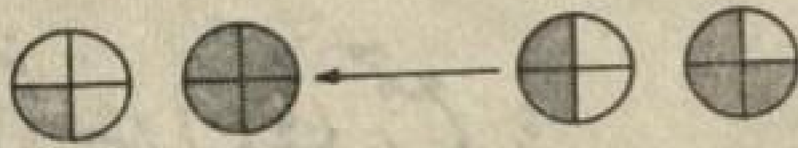
ایک آدھے میں دو چوتھائیاں ہوتی ہیں

حل: $6\frac{3}{4} + 9\frac{1}{2} = 6\frac{3}{4} + 9\frac{2}{4}$

$$\begin{array}{r} 9\frac{2}{4} \\ 6\frac{3}{4}+ \\ \hline 15\frac{5}{4} \end{array}$$

$15\frac{5}{4}$ یا $15 + \frac{5}{4}$ یا $15 + \frac{1}{4} + \frac{4}{4}$ ($\frac{5}{4}$ کا مطلب ہے پانچ چوتھائیاں، جسے ایک چوتھائی اور چار چوتھائیاں بھی کہہ سکتے ہیں)

$$15 + 1 + \frac{1}{4} =$$



$$16\frac{1}{4} = 16 + \frac{1}{4} =$$

دُوسرا طریقہ: اسی مثال کو ہم ایک اور طریقے سے حل کرتے ہیں۔

$$6\frac{3}{4} + 9\frac{1}{2}$$

$$\frac{27}{4} + \frac{19}{2} =$$ (مخلوط کسروں کو غیر واجب کسروں میں تبدیل کیا۔)

$$\frac{27 + 38}{4} =$$ 2 اور 4 کا ذواضعاف اقل = 4

$$16\frac{1}{4} = \frac{65}{4} =$$

مثال 3 : $8\frac{2}{3} + 4\frac{1}{4} + 9\frac{5}{6}$ کو حل کرنا۔

حل : $9\frac{5}{6} + 4\frac{1}{4} + 8\frac{2}{3}$

$$= \frac{59}{6} + \frac{17}{4} + \frac{26}{3}$$

$$= \frac{59 \times 2 + 17 \times 3 + 26 \times 4}{12}$$

$$= \frac{118 + 51 + 104}{12}$$

$$= \frac{273}{12} = \frac{91}{4} = 22\frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 6\ ,\ 4\ ,\ 3 \\ \hline 3 & 3\ ,\ 2\ ,\ 3 \\ \hline & 1\ ,\ 2\ ,\ 1 \end{array}$$

ذُواضعاف اقل $= 2 \times 3 \times 2 = 12$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 4\overline{)\,91} \\ \underline{8} \\ 11 \\ \underline{8} \\ 3 \end{array}$$

مشق 4·3

مختصر کریں۔

(1) $4\frac{3}{8} + 1\frac{3}{4}$ (2) $3\frac{5}{6} + 2\frac{2}{3}$ (3) $2\frac{1}{4} + 6\frac{3}{4}$

(4) $7\frac{5}{9} + 5\frac{2}{3}$ (5) $9\frac{5}{6} + 6\frac{3}{8}$ (6) $4\frac{1}{6} + 3\frac{3}{5}$

(7) $3\frac{1}{2} + 2\frac{7}{8}$ (8) $5\frac{3}{10} + 4\frac{2}{5}$ (9) $7\frac{1}{4} + 3\frac{5}{6} + 5\frac{5}{8}$

(10) $5\frac{2}{5} + 4\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$ (11) $2\frac{5}{12} + 3\frac{7}{10} + 2\frac{1}{6}$ (12) $5\frac{5}{12} + 3\frac{3}{8} + 1\frac{1}{2}$

5 _ کسور کی تفریق :

مثال 1 : $\frac{7}{8}$ میں سے $\frac{3}{4}$ تفریق کرنا۔

چوتھی جماعت میں ہم پڑھ آئے ہیں کہ ایسی کسروں کی تفریق کے لیے پہلے انھیں مترادف کسروں میں تبدیل کیا جاتا ہے۔

کسروں کی جمع سیکھتے وقت ہم یہ بھی پڑھ چکے ہیں کہ کسروں کو مشترک مخرج والی کسروں میں تبدیل کرنے کے لیے دی ہوئی کسروں کے مخرجوں کا ذُواضعاف اقل معلوم کیا جاتا ہے اور اِس لحاظ سے دی ہوئی کسروں کو مشترک مخرج والی کسروں میں تبدیل کر لیا جاتا ہے۔ یہاں بھی یہی عمل کیا جائے گا۔

$$\frac{3}{4} - \frac{7}{8}$$

$$\frac{2 \times 3}{2 \times 4} - \frac{7}{8} =$$

$$\frac{1}{8} = \frac{6-7}{8} = \frac{6}{8} - \frac{7}{8} =$$

یا مختصراً

$$\frac{1}{8} = \frac{6-7}{8} = \frac{3}{4} - \frac{7}{8}$$

مثال 2 : $\frac{3}{7} - \frac{11}{21}$ کو مختصر کرنا۔

$$\frac{3 \times 3}{3 \times 7} - \frac{1 \times 11}{1 \times 21} = \frac{3}{7} - \frac{11}{21}$$

$$\frac{9}{21} - \frac{11}{21} =$$

$$\frac{2}{21} = \frac{9-11}{21} =$$

7	7, 21
	1, 3

ذواضعاف اقل $= 7 \times 3 = 21$

مشق 4·4

مختصر کریں۔

(1) $\frac{2}{6} - \frac{2}{3}$ (2) $\frac{7}{10} - \frac{4}{5}$ (3) $\frac{3}{8} - \frac{3}{6}$ (4) $\frac{9}{14} - \frac{5}{7}$

(5) $\frac{2}{3} - \frac{6}{9}$ (6) $\frac{2}{3} - \frac{4}{3}$ (7) $\frac{2}{8} - \frac{7}{12}$ (8) $\frac{9}{16} - \frac{3}{4}$

(9) $\frac{1}{3} - \frac{7}{8}$ (10) $\frac{6}{14} - \frac{6}{7}$ (11) $\frac{2}{10} - \frac{4}{5}$ (12) $\frac{1}{12} - \frac{2}{3}$

6 ۔ مخلوط کسروں کی تفریق :

مثال 1 : $2 - 4\frac{3}{4}$ کو مختصر کرنا۔

$$\begin{array}{r} 4\frac{3}{4} \\ 2\ - \\ \hline 2\frac{3}{4} \end{array}$$

دُوسرا طریقہ : $\frac{2}{1} - \frac{19}{4} = \frac{2}{1} - 4\frac{3}{4}$

$$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4} = \frac{8-19}{4} = \frac{4\times 2 - 19}{4} =$$

مثال 2 : $6\frac{5}{9} - 8\frac{5}{6}$ کو مختصر کرنا۔

"دونوں کسروں کو کسرِ غیر واجب میں تبدیل کیا" $\frac{59}{9} - \frac{53}{6} = 6\frac{5}{9} - 8\frac{5}{6}$

6 اور 9 کا ذواضعاف اقل = 18 $\qquad \frac{59\times 2 - 53\times 3}{18} =$

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ 18 & 41 \\ & \underline{36} \\ & 5 \end{array} \qquad 2\frac{5}{18} = \frac{41}{18} = \frac{118-159}{18} =$$

مثال 3 : $5\frac{3}{4} - 7$ کو مختصر کرنا۔

$$1\frac{1}{4} = \frac{5}{4} = \frac{23-28}{4} = \frac{23}{4} - \frac{7}{1} = 5\frac{3}{4} - \frac{7}{1}$$

مشق 4.5

مختصر کریں۔

(1) $1\frac{2}{3} - 3\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{4} - 4$ (3) $4\frac{1}{2} - 7$ (4) $2\frac{1}{3} - 6\frac{3}{4}$

(5) $2\frac{2}{3} - 5\frac{1}{4}$ (6) $1\frac{3}{4} - 4\frac{3}{8}$ (7) $3\frac{5}{6} - 6\frac{1}{2}$ (8) $9\frac{5}{6} - 16\frac{5}{24}$

(9) $3\frac{3}{5} - 4\frac{1}{6}$ (10) $5\frac{2}{3} - 13\frac{2}{9}$ (11) $4\frac{7}{10} - 7\frac{1}{5}$ (12) $11\frac{1}{15} - 12\frac{3}{5}$

7- جمع و تفریق :

مثال 1 : $12\frac{4}{5} + 3\frac{7}{10} - 11\frac{8}{15}$ کو مختصر کرنا۔

حل : $\frac{64}{5} + \frac{37}{10} - \frac{173}{15} = \frac{384 + 111 - 346}{30} = \frac{149}{30} = 4\frac{29}{30}$

مثال 2 : $15\frac{1}{6} - 7\frac{2}{3} + 6\frac{5}{9}$ کو مختصر کرنا۔

حل : $\frac{91}{6} - \frac{23}{3} + \frac{59}{9}$

$= \frac{273 - 138 + 118}{18}$

$= \frac{253}{18} = 14\frac{1}{18}$

$$\begin{array}{r|l} & 14 \\ 18 & 253 \\ & \underline{18} \\ & 73 \\ & \underline{72} \\ & 1 \end{array}$$

مثال 3 : $12\frac{3}{4} - 5\frac{1}{6} - 4\frac{7}{8}$ کو مختصر کرنا۔

حل : $\frac{51}{4} - \frac{31}{6} - \frac{39}{8} = \frac{306 - 124 - 117}{24} = \frac{65}{24} = 2\frac{17}{24}$

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ 24 & 65 \\ & \underline{48} \\ & 17 \end{array}$$

مشق 4.6

مختصر کریں۔

(1) $2\frac{1}{3} + 5\frac{5}{6} - 4\frac{3}{4}$

(2) $5\frac{5}{8} - 3\frac{5}{6} + 7\frac{1}{4}$

(3) $10\frac{5}{8} - 3\frac{4}{6} - 4\frac{1}{4}$

(4) $6\frac{5}{12} - 2\frac{1}{6} - 3\frac{7}{10}$

(5) $4\frac{3}{7} - 5\frac{9}{14} + 4\frac{5}{21}$

(6) $3\frac{6}{7} + 11\frac{11}{14} - 7\frac{4}{7}$

(7) $5\frac{3}{5} + 8\frac{3}{10} - \frac{7}{10}$

(8) $9\frac{2}{3} - 6\frac{1}{4} + \frac{5}{12}$

(9) $2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{3} + 3\frac{1}{6}$

(10) $5\frac{11}{15} - 4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{15}$

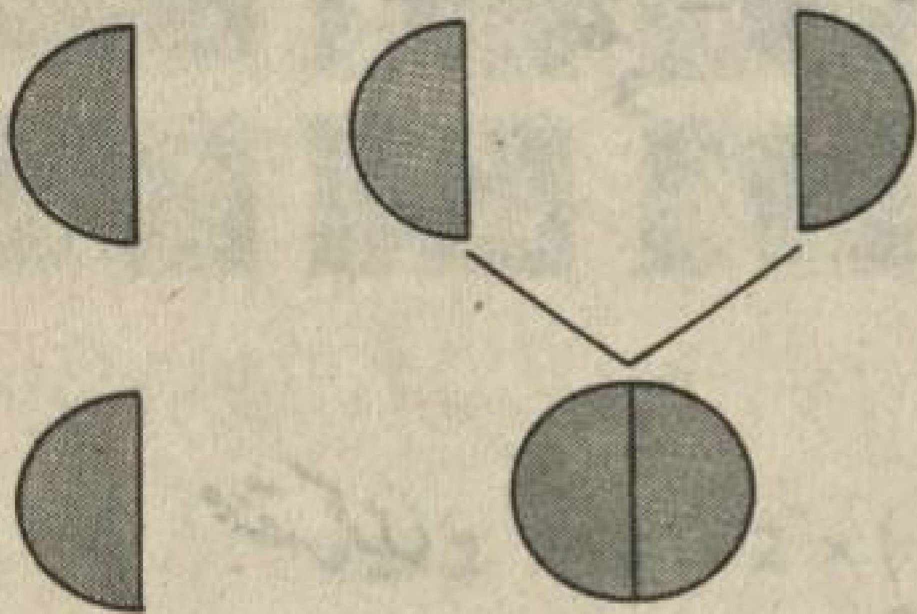
کسور کی ضرب

8 - کسر کو مکمل عدد سے ضرب دینا :

مثال 1 : اگر ایک بچّے کو آدھا بسکٹ دینا ہو تو 3 بچّوں کے لیے کتنے بسکٹوں کی ضرورت ہو گی ؟

ایک بچّے کو ملتا ہے = آدھا یا $\frac{1}{2}$ بسکٹ

3 بچّوں کے لیے کتنے ؟



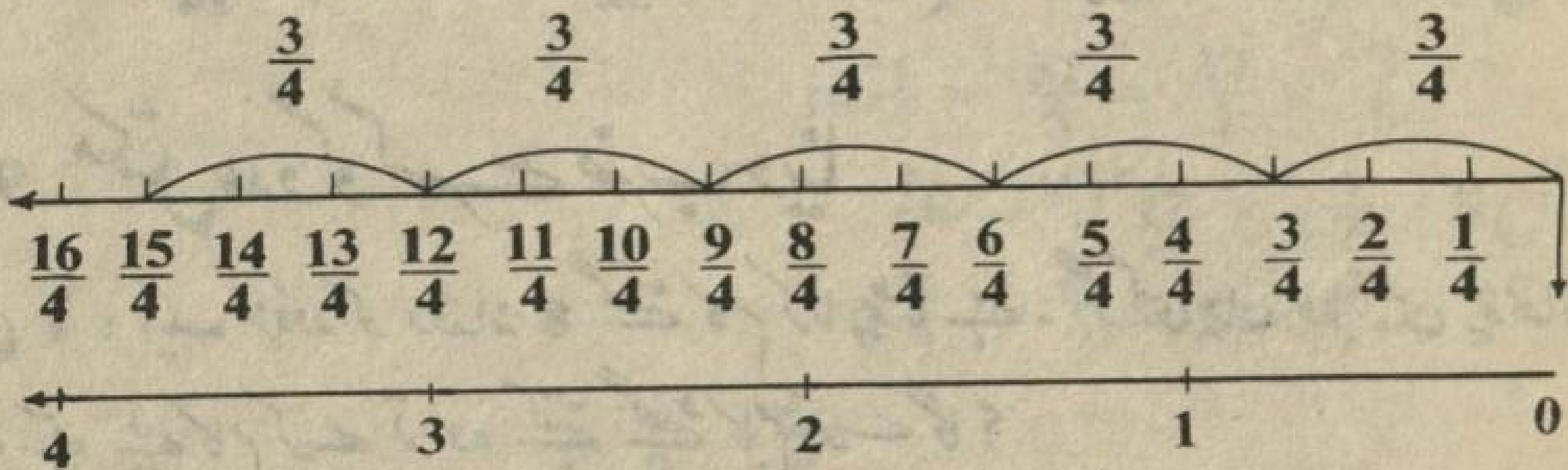
$$\frac{3}{2} = \frac{1+1+1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

تیسرے بچے کے لیے ← دوسرے بچے کے لیے ← ایک بچے کے لیے

یا 3 × ایک آدھا = 3 آدھے = $\frac{3}{2}$

یا 3 گنا $\frac{1}{2}$ کا = $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$

مثال 2 : ایک سبق پڑھنے کے لیے ایک بچّے کو پون گھنٹہ ($\frac{3}{4}$ گھنٹہ) لگتا ہے۔ ایسے ہی 5 سبق پڑھنے میں کتنا وقت لگے گا ؟



ایک سبق پڑھنے میں $\frac{3}{4}$ گھنٹے لگتے ہیں۔ 5 سبق پڑھنے میں کتنا وقت لگے گا ؟

$$\frac{15}{4} = \frac{3+3+3+3+3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

یا 5 گُنا تین چوتھائیوں کا = 5 × 3 چوتھائیاں = 15 چوتھائیاں = $\frac{15}{4}$

یا $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$

دونوں مثالوں کے نتائج سامنے رکھ کر ہم دیکھتے ہیں کہ

$$\frac{1 \times 3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times 3$$

$$\frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} = \frac{3}{4} \times 5$$

کسی کسر کو مکمّل عدد سے ضرب دینے کے لیے اس کے شمار کنندہ کو مکمل عدد سے ضرب دی جاتی ہے۔

مثال 3 : $\frac{5}{6} \times 8 = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

یا $\frac{5}{\cancel{6}_{3}} \times \frac{\cancel{8}^{4}}{1} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

مشق 4.7

مختصر کریں۔

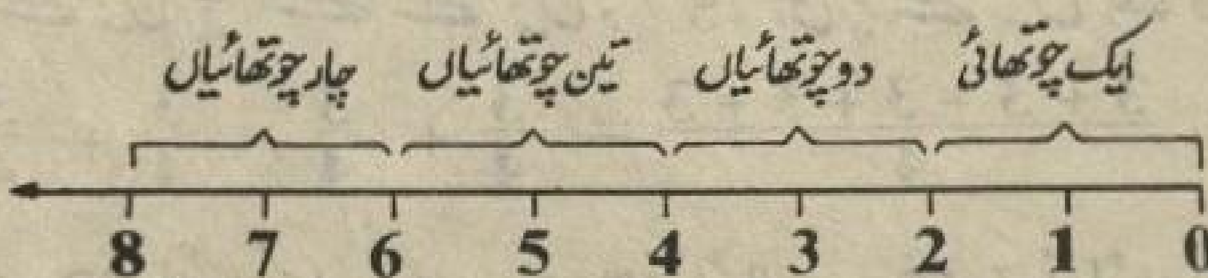
(1) $\frac{2}{3} \times 6$ (2) $\frac{3}{4} \times 8$ (3) $\frac{2}{5} \times 10$ (4) $\frac{5}{6} \times 9$

(5) $\frac{8}{9} \times 15$ (6) $\frac{7}{8} \times 18$ (7) $\frac{3}{10} \times 25$ (8) $\frac{4}{7} \times 11$

(9) $\frac{9}{14} \times 35$ (10) $\frac{17}{32} \times 68$ (11) $\frac{21}{28} \times 12$ (12) $\frac{7}{12} \times 20$

9۔ مکمّل عدد کو کسر سے ضرب دینا :

مثال 1 : ایک مزدور کو روزانہ 8 گھنٹے کام کرنا پڑتا ہے۔ اگر کسی دن وہ تین چوتھائی وقت کے لیے کام کرے تو وہ کتنے گھنٹے کام کرے گا ؟



اگر مزدور 8 گھنٹے کے چوتھے حصّے کے لیے کام کرے تو وہ 2 گھنٹے کام کرے گا (دیکھیے شکل)
لہٰذا وقت کے تین چوتھائی حصّے کے لیے کام کرنے پر اسے 6 گھنٹے کام کرنا ہوگا۔

اِسے ہم لِکھ سکتے ہیں کہ

$6 = 8 \times \frac{3}{4} =$ 3 چوتھائی 8 گھنٹے کی

دراصل یہ حاصل ہوتا ہے $\frac{3}{4}$ کو 8 سے ضرب دینے سے اِس لیے ہم لکھتے ہیں :

$$6 = \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{1} \times \frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}}$$





مثال 2 : 6 روپے کا دو تہائی حصّہ کِتنا ہوگا ؟

6 روپے کی ایک تہائی میں 2 روپے ہوں گے۔

اس لیے دو تہائیوں میں 4 روپے ہوں گے۔

$$4 = \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{1} \times \frac{2}{\cancel{3}} \quad \text{یا} \quad 4 = \frac{12}{3} = 6 \times \frac{2}{3}$$

یا 6 روپے کی ایک تہائی کا 2 گنا $= \left(\frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times \overset{2}{\cancel{6}}\right) \times 2 = 2 \times 2 = 4$

مثال 3 : $15 \times \frac{3}{5}$ کو مختصر کرنا

$$9 = \overset{3}{\cancel{15}} \times \frac{3}{\underset{1}{\cancel{5}}}$$

مثال 4 : $17 \times \frac{3}{5}$ کو مختصر کرنا۔

$$10\frac{1}{5} = \frac{51}{5} = \frac{17}{1} \times \frac{3}{5}$$

مثال 5 : $12 \times \frac{4}{7}$ کو مختصر کرنا۔

$$6\frac{6}{7} = \frac{48}{7} = 12 \times \frac{4}{7}$$

مشق 4.8

مختصر کریں۔

(1) $12 \times \frac{2}{3}$	(2) $15 \times \frac{5}{6}$	(3) $28 \times \frac{4}{7}$	(4) $22 \times \frac{7}{8}$
(5) $21 \times \frac{5}{9}$	(6) $25 \times \frac{17}{15}$	(7) $12 \times \frac{8}{5}$	(8) $39 \times \frac{32}{26}$
(9) $15 \times \frac{13}{15}$	(10) $45 \times \frac{1}{15}$	(11) $42 \times \frac{3}{14}$	(12) $52 \times \frac{12}{13}$

10۔ کسر کو کسر سے ضرب دینا :

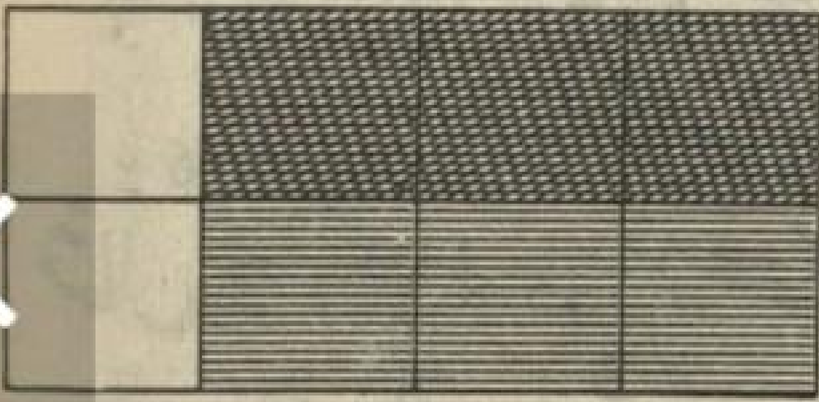
مثال 1 : $\frac{3}{4}\times 8 =$ (8 گنا $\frac{3}{4}$ کا) $= 6 = \frac{3}{4}\times\frac{8}{1} = \frac{3\times 8}{4\times 1}$

$\frac{3}{4}\times 4 =$ (4 گنا $\frac{3}{4}$ کا) $= 3 = \frac{3}{4}\times\frac{4}{1} = \frac{3\times 4}{4}$

$\frac{3}{4}\times 2 =$ (2 گنا $\frac{3}{4}$ کا) $= \frac{3}{2} = \frac{3}{4}\times\frac{2}{1} = \frac{3\times 2}{4}$

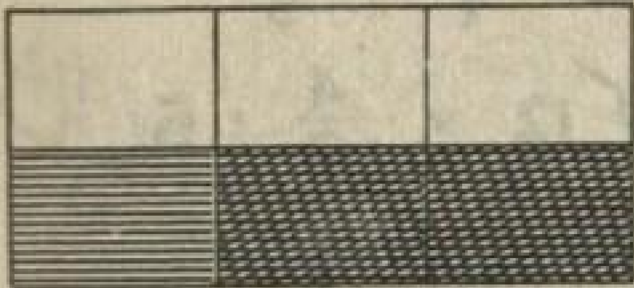
$\frac{3}{4}\times 1 =$ (ایک گنا $\frac{3}{4}$ کا) $= \frac{3}{4} = \frac{3}{4}\times\frac{1}{1} = \frac{3\times 1}{4\times 1}$

$\frac{3}{4}\times\frac{1}{2} =$ ($\frac{1}{2}$ گنا $\frac{3}{4}$ کا) $= \frac{3}{8} = \frac{3}{4}\times\frac{1}{2} = \frac{3\times 1}{4\times 2}$



ہم دیکھتے ہیں کہ جُوں جُوں مضروب فیہ نصف ہوتے چلے جاتے ہیں حاصل ضرب بھی نصف ہوتے چلے جاتے ہیں۔ "$\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}$" کا مطلب ہے تین چوتھائی کا آدھا" جو کہ تین آٹھواں ہوتا ہے۔ اسی بات کو شکل کے ذریعے ظاہر کیا گیا ہے۔

ہر چوتھائی میں سے آدھا یعنی ایک آٹھواں لینا ہے۔ لہٰذا تین چوتھائیوں میں سے تین آٹھویں لیں گے اور تین آٹھویں $= \frac{3}{8}$



مثال 2 : $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$ کو مختصر کرنا۔

$\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$ کا مطلب ہے آدھے کی دو تہائیاں۔ ایک چیز لے کر اس کے دو برابر حصّے کیے۔ ایک آدھے کو مزید تین برابر حصّوں میں تقسیم کیا۔ اب حاصل شدہ ہر ایک حصّہ اصل چیز کا چھٹا حصّہ ہے اور ہم نے ایسے دو حصّے لینے ہیں جو کہ دو چھویں ہوں گے

پس $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2} =$ 2 چھویں $= \frac{2}{6}$

یا $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{1\times 2}{2\times 3} = \frac{2}{6}$

دونوں مثالوں کو سامنے رکھ کر ہم یہ نتیجہ نکالتے ہیں کہ کسروں کو کسروں سے ضرب دینے کے لیے کسروں کے شمار کنندوں کو آپس میں ضرب دیتے ہیں اور مخرجوں کو آپس میں۔

مثال 3 : $\frac{3}{4} \times \frac{7}{8}$ کو مختصر کرنا۔

$$\frac{21}{32} = \frac{7 \times 3}{8 \times 4} = \frac{7}{8} \times \frac{3}{4}$$

مثال 4 : $5\frac{1}{4} \times 6\frac{2}{3}$ کو مختصر کرنا۔

$$35 = \frac{\overset{5}{\cancel{20}} \times \overset{7}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{4}}} = \frac{20}{3} \times \frac{21}{4} = 6\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{4}$$

مثال 5 : $9\frac{3}{5} \times 7\frac{1}{6}$ کو مُختصر کرنا۔

$$68\frac{4}{5} = \frac{344}{5} = \frac{43}{\underset{1}{\cancel{6}}} \times \frac{\overset{8}{\cancel{48}}}{5} = 7\frac{1}{6} \times 9\frac{3}{5}$$

مشق 4.9

مختصر کریں۔

(1) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$

(2) $\frac{7}{8} \times \frac{4}{5}$

(3) $\frac{5}{12} \times \frac{8}{9}$

(4) $\frac{35}{42} \times \frac{21}{25}$

(5) $\frac{25}{32} \times 3\frac{3}{5}$

(6) $3\frac{2}{11} \times 8\frac{1}{4}$

(7) $5\frac{4}{7} \times 5\frac{12}{13}$

(8) $6\frac{3}{5} \times 4\frac{1}{6}$

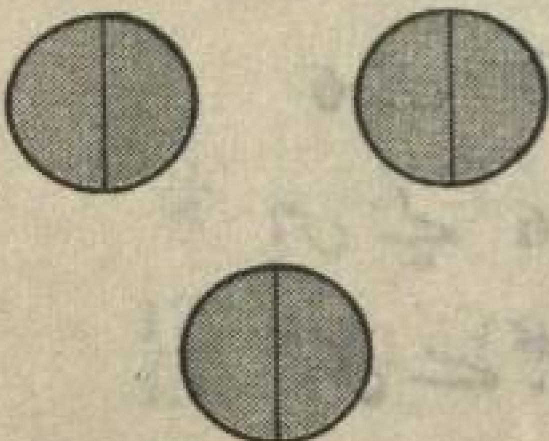
(9) $3\frac{9}{12} \times 2\frac{7}{10}$

(10) $1\frac{1}{19} \times 7\frac{3}{5}$

(11) $5\frac{5}{7} \times 8\frac{2}{3}$

(12) $12\frac{1}{12} \times 11\frac{1}{11}$

کسور کی تقسیم



11 ۔ مکمّل عدد کو کسر سے تقسیم کرنا :

مثال 1 : تین دائروی شکل کے کاغذ کے ٹکڑے لیں۔ جن کا سائز ایک ہی ہو، ہر ایک کو دو دو برابر حصّوں میں تقسیم کریں تو اِس طرح کُل 6 آدھے

حاصل ہوں گے ۔ اگر ایک بچّے کو ایک آدھا ٹکڑا دیا جائے تو اِس طرح کتنے بچّوں کو کاغذ کے یہ ٹکڑے دیے جا سکتے ہیں ؟

چونکہ 6 آدھے ہیں اور ہر بچّے کو ایک آدھا ملنا ہے اِس لیے 6 بچّوں کو دِیے جا سکتے ہیں۔ علامتی طور پر اِسے یوں ظاہر کریں گے :

$3 \div \frac{1}{2} = \frac{6}{2} \div \frac{1}{2} = 6$ آدھے ÷ ایک آدھا $= 6$

یا $3 \div \frac{1}{2} = 6$ لیکن $\frac{2 \times 3}{1} = 6$

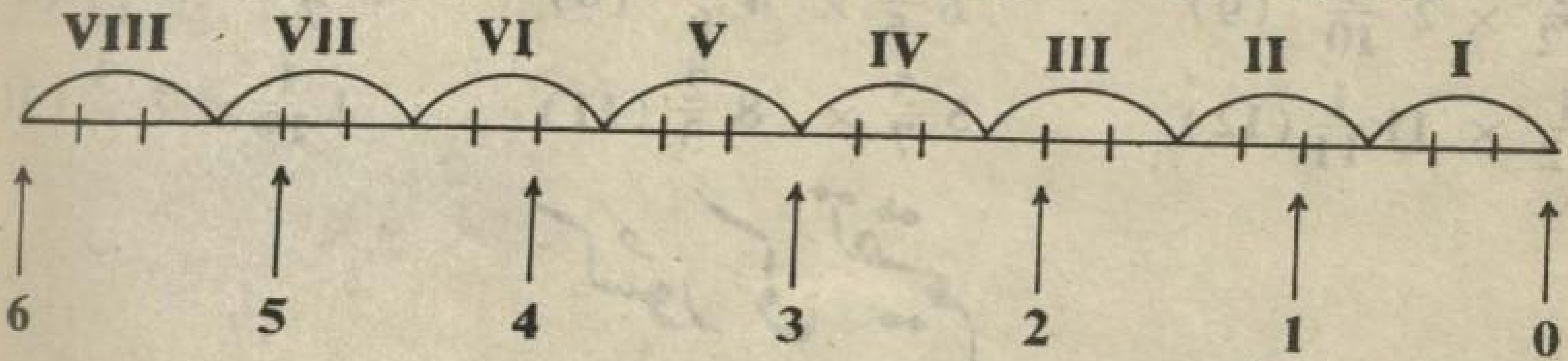
اُوپر والی مثال کو یوں بھی حل کر سکتے ہیں :

6 آدھے
− 1 آدھا ایک بار
= 5 آدھے
− 1 آدھا 2 بار
= 4 آدھے
− 1 آدھا 3 بار
= 3 آدھے

3 آدھے
− 1 آدھا 4 بار
= 2 آدھے
− 1 آدھا 5 بار
= 1 آدھا
− 1 آدھا 6 بار
0

$3 \div \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{1} = 6$

مثال 2 : اگر آپ کے پاس 6 میٹر لمبی رسّی ہو تو اِس سے $\frac{3}{4}$ میٹر لمبائی کے کتنے ٹکڑے بنائے جا سکتے ہیں ؟



6 میں کتنی چوتھائیاں ؟ 24 چوتھائیاں

اِس لیے $6 \div \frac{3}{4} =$ 24 چوتھائیاں ÷ 3 چوتھائیاں $= 8$

شکل سے بھی یہی ظاہر ہوتا ہے کہ 8 ٹکڑے بن سکتے ہیں ۔

$6 \div \frac{3}{4} = 8$ | $\cancel{6}^{2} \times \frac{4}{\cancel{3}_{1}} = 8$

مثال 3 : $9 \div \frac{3}{4}$ کو مختصر کریں۔ مترادف کسروں کے اُصول سے $9 = \frac{36}{4}$

$9 \div \frac{3}{4} = \frac{36}{4} \div \frac{3}{4} = 36$ چوتھائیاں ÷ 3 چوتھائیاں $= 12$

یا $9 \div \frac{3}{4} = 12$ $\qquad$ $\overset{3}{\cancel{9}} \times \frac{4}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 12$

تینوں مثالوں کے نتائج لکھنے سے ۔

$3 \div \frac{1}{2} = 6$	$3 \times \frac{2}{1} = 6$
$4 \div \frac{2}{3} = 6$	$\overset{2}{\cancel{4}} \times \frac{3}{\cancel{2}} = 6$
$9 \div \frac{3}{4} = 12$	$\overset{3}{\cancel{9}} \times \frac{4}{\cancel{3}} = 12$

اِن سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ کسی مکمّل عدد کو کسی کسر سے تقسیم کرنے کے لیے کسر کو اُلٹا کر مکمّل عدد سے ضرب دے دیں [کیونکہ تقسیم ضرب کا معکوس (ضربی معکوس) عمل ہے ۔ اِس لیے $\frac{1}{2}$ سے تقسیم کرنے کا مطلب ہے اس کے ضربی معکوس یعنی $\frac{2}{1}$ سے ضرب دینا]

مثال 4 : $12 \div \frac{6}{5}$ کو مُختصر کریں۔

$12 \div \frac{6}{5} = \frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{1} \times \frac{5}{\underset{1}{\cancel{6}}} = 10$

مشق 4.10

مُختصر کریں :

(1) $5 \div \frac{1}{3}$ $\quad$ (2) $6 \div \frac{3}{4}$ $\quad$ (3) $7 \div \frac{1}{7}$ $\quad$ (4) $12 \div \frac{3}{5}$

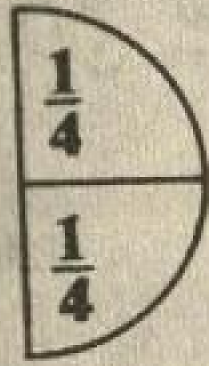
(5) $15 \div \frac{5}{6}$ $\quad$ (6) $18 \div \frac{3}{7}$ $\quad$ (7) $21 \div \frac{7}{12}$ $\quad$ (8) $32 \div \frac{12}{15}$

(9) $14 \div \frac{2}{7}$ $\quad$ (10) $39 \div \frac{3}{5}$ $\quad$ (11) $35 \div \frac{5}{8}$ $\quad$ (12) $42 \div \frac{14}{15}$

12- کسر کو مکمّل عدد سے تقسیم کرنا :

1 : اگر آدھا سیب دو بچّوں میں برابر تقسیم کیا جائے تو ہر بچّے کو کیا ملے گا ؟

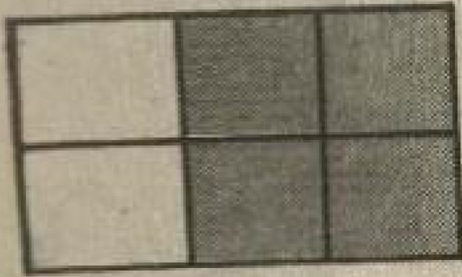
ظاہر ہے ہر بچّے کو ایک چوتھائی سیب ملے گا۔



اِس لیے $\frac{1}{4} = 2 \div \frac{1}{2}$

یا $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 2 \div \frac{1}{2}$

مثال 2 : $2 \div \frac{2}{3}$ کو مختصر کرنا۔



کاغذ کے دو تہائی ٹکڑے کو 2 برابر حصّوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

شکل سے ظاہر ہے کہ ہر حصّے میں دو چھویں ہوں گے۔

دوسرے لفظوں میں دو تہائیوں میں سے ہر ایک تہائی کو دو برابر حصّوں میں تقسیم کیا تو چونکہ ایک تہائی کا آدھا ایک چھواں ہوتا ہے اِس لیے دو تہائیوں کا آدھا 2 چھویں ہو گا۔

پس $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} =$ چھویں $2 = 2 \div \frac{2}{3}$

مثال 3 : $4 \div \frac{3}{4}$ کو مختصر کرنا۔

تین چوتھائیوں کا چوتھا حصّہ $= \frac{3}{16}$

اِس لیے $\frac{3}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 4 \div \frac{3}{4}$

تینوں مثالوں کے نتائج ایک جگہ لکھنے سے۔

$\frac{1}{4} = \frac{2}{1} \div \frac{1}{2}$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{2}{1} \div \frac{2}{3}$

$\frac{3}{16} = \frac{4}{1} \div \frac{3}{4}$

اور

$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

$\frac{3}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$

کسی کسر کو مکمّل عدد سے تقسیم کرنے کا مطلب ہے اِس کسر کو مکمّل عدد کے اُلٹ سے ضرب دینا۔

مثال 4 : $\frac{7}{8} \div 4$ کو مختصر کریں۔

$$\frac{7}{8} \div 4 = \frac{7}{8} \div \frac{4}{1} = \frac{7}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{32}$$

مشق 4·11

مختصر کریں۔

(1) $\frac{7}{8} \div 7$ (2) $\frac{3}{8} \div 3$ (3) $\frac{4}{5} \div 8$ (4) $\frac{6}{7} \div 2$

(5) $\frac{15}{18} \div 5$ (6) $\frac{3}{8} \div 6$ (7) $\frac{3}{4} \div 8$ (8) $\frac{2}{3} \div 2$

(9) $\frac{5}{6} \div 5$ (10) $\frac{5}{9} \div 15$ (11) $\frac{15}{8} \div 12$ (12) $\frac{9}{12} \div 3$

13- کسی کسر کو کسر سے تقسیم کرنا :

مثال 1 : ایک روپے کے عوض پچاس پیسے کے دو سکّے ملتے ہیں۔ $1\frac{1}{2}$ روپے کے عوض کتنے سکّے ملیں گے ؟

ایک روپے کے عوض = پچاس پیسے کے 2 سکّے

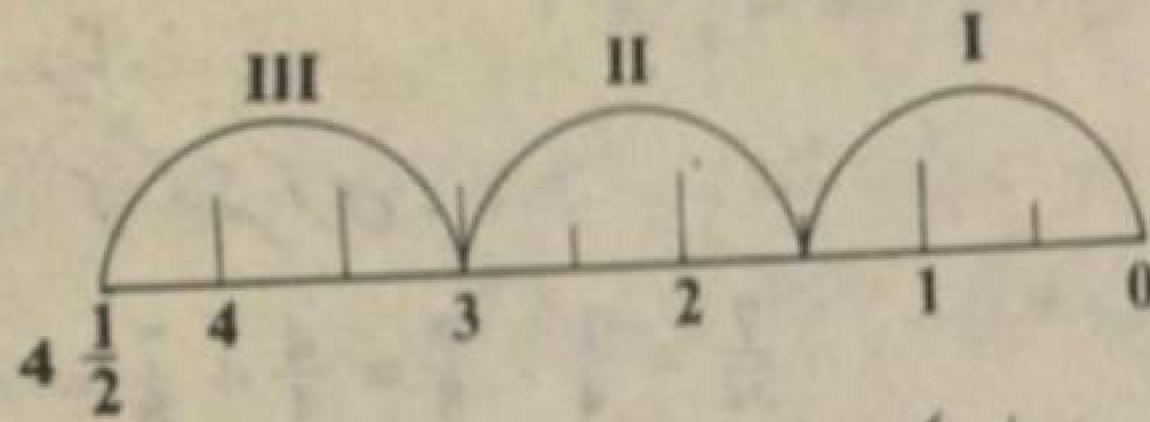
$1\frac{1}{2}$ روپے کے عوض = پچاس پیسے کے 3 سکّے

پچاس پیسے کے سکّے کو آدھا روپیہ بھی کہ سکتے ہیں اس لیے

$$1\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 3$$

یا $\frac{3}{2} \div \frac{1}{2} = 3$ سکّے

مثال 2 : ساڑھے چار میٹر کپڑے میں سے ڈیڑھ ڈیڑھ میٹر کے کتنے ٹکڑے بنیں گے ؟



ہم ساڑھے چار میٹر لمبی ایک رسی لیتے ہیں اور اس میں سے ڈیڑھ ڈیڑھ میٹر کے ٹکڑے کاٹ کر دیکھتے ہیں تو ایسے 3 ٹکڑے حاصل ہوتے ہیں۔

اس لیے $4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = 3$ یا $\frac{9}{2} \div \frac{3}{2} = 3$

مثال 3 : ایک کوئنٹل وزن کا ریلوے کا کرایہ $2\frac{1}{2}$ روپے ہے۔ بتائیں $11\frac{1}{4}$ روپے میں کتنے کوئنٹل وزن بھیجا جا سکتا ہے۔

$11\frac{1}{4}$ روپے = $\frac{45}{4}$ روپے

ایک کوئنٹل وزن کا کرایہ = $2\frac{1}{2}$ روپے = $\frac{5}{2}$ روپے = $\frac{10}{4}$ روپے

لہذا $\frac{45}{4} - \frac{10}{4} = \frac{35}{4}$ (ایک کوئنٹل وزن کا کرایہ دینے کے بعد جو رقم بچے گی۔)

$\frac{35}{4} - \frac{10}{4} = \frac{25}{4}$ (2 کوئنٹل وزن کا کرایہ دینے کے بعد جو رقم بچے گی۔)

$\frac{25}{4} - \frac{10}{4} = \frac{15}{4}$ (3 کوئنٹل وزن کا کرایہ دینے کے بعد جو رقم بچے گی۔)

$\frac{15}{4} - \frac{10}{4} = \frac{5}{4}$ (4 کوئنٹل وزن کا کرایہ دینے کے بعد جو رقم بچے گی۔)

اب ہمارے پاس $\frac{5}{4}$ روپے بچ رہتے ہیں جو $2\frac{1}{2}$ روپے کا آدھا ہیں اس لیے $\frac{1}{2}$ کوئنٹل وزن اور بھی بھیج سکتے ہیں۔

پس کُل وزن جو بھیجا جا سکتا ہے = $4\frac{1}{2}$ کوئنٹل

یا $\frac{45}{4} \div \frac{5}{2} = 4\frac{1}{2}$ یا $\frac{45}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ کوئنٹل

تینوں مثالوں کو سامنے رکھ کر ہم دیکھتے ہیں کہ

$$3 = \frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$$

$$3 = \frac{\cancel{2}^{1}}{1} \times \frac{3}{\cancel{2}_{1}}$$

$$3 = 1\frac{1}{2} \div 4\frac{1}{2}$$

$$3 = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{2}_{1}}$$

$$4\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} \div 11\frac{1}{4}$$

$$\frac{9}{2} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}} \times \frac{\cancel{45}^{9}}{\cancel{4}_{2}}$$

لہٰذا کسی کسر کو کسی کسر سے تقسیم کرنے کے لیے پہلی کسر کو دوسری کسر کے ضربی معکوس سے ضرب دے دیتے ہیں۔

مشق 4.12

مختصر کریں۔

(1) $1\frac{1}{2} \div 7\frac{1}{2}$ (2) $1\frac{1}{4} \div 13\frac{3}{4}$ (3) $\frac{3}{4} \div 12\frac{3}{8}$

(4) $1\frac{1}{2} \div 10\frac{1}{2}$ (5) $\frac{2}{3} \div 15\frac{2}{3}$ (6) $\frac{8}{5} \div 12\frac{4}{5}$

(7) $1\frac{5}{8} \div 17\frac{1}{3}$ (8) $1\frac{2}{3} \div 5\frac{5}{6}$ (9) $2\frac{3}{14} \div 8\frac{6}{7}$

(10) $\frac{3}{10} \div 15\frac{3}{5}$ (11) $5\frac{3}{8} \div 13\frac{2}{3}$ (12) $5\frac{2}{3} \div 31\frac{2}{5}$

باب 5

کسور اعشاریہ

چوتھی جماعت میں آپ کسور اعشاریہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ آپ کسور اعشاریہ کی جمع اور تفریق بھی سیکھ چکے ہیں۔ آپ یہ بھی جانتے ہیں کہ کسور اعشاریہ کو کسی مکمّل عدد سے کس طرح ضرب دی جاتی ہے۔ اس باب میں آپ ان عنوانات کا اعادہ کرنے کے علاوہ کسور اعشاریہ کے متعلّق کچھ اور واقفیّت حاصل کریں گے اور ان کی ضرب اور تقسیم کے متعلّق بھی پڑھیں گے۔

مشق 5.1 (اعادہ)

(1) مندرجہ ذیل اعداد کو کسور اعشاریہ میں لکھیں :

دو دسویں ، سات سویں ، باسٹھ سویں ، دس اور بیالیس سویں ، چار سو پندرہ اور بارہ سویں ، آٹھ سو اٹھائیس صفر دسویں اور تین سویں۔

(2) الفاظ میں لکھیں : .35 ، 2.49 ، 25.06 ، .09 ، 407.03 ، 100.01

(3) حل کریں : (i) 2.4 + 3.5 (ii) 4.6 + 15.7 (iii) 5.08 + 50.8

(iv) .35 + .24 + .07 (v) 3251 + 32.51 + 325.1

(4) حل کریں : (i) 3.5 − 2.4 (ii) 25.4 − 14.9

(iii) 42.01 − 24.9 (iv) 816.05 − 99.5 (v) 412.08 − 214.09

(5) حل کریں : (i) 8.16 + 25.05 − 30.95 (ii) 214.09 + 365.02 − 400.44

(6) حل کریں : (i) 4.5 × 5 (ii) 36.02 × 12 (iii) 145.09 × 308

عام طور پر ایسے عدد کو جس میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف کم از کم ایک غیر صفر ہندسہ موجود ہو، کسر اعشاریہ کہتے ہیں۔

مثلاً 2. ، 05. ، 13. ، 4.35 ، 102.07 وغیرہ کسور اعشاریہ ہیں۔ 4.35 میں 4 صحیح عددی حصّہ اور 35. کسری حصّہ ہے۔ اِسی طرح 102.07 میں 102 صحیح عددی حصہ اور 07. کسری حِصّہ ہے۔

جس کسر اعشاریہ میں صحیح عددی حصّہ "1" یا "1" سے بڑا ہو، اِسے **مخلوط کسر اعشاریہ** کہتے ہیں۔

مثلاً 4.35 اور 102.07 مخلوط کسورِ اعشاریہ ہیں۔ اسی طرح 1.15 ، 1.01 ، 15.37 ، 145.43 وغیرہ بھی مخلوط کسور اعشاریہ ہیں۔

اگر کسی دی ہوئی کسر اعشاریہ میں صحیح عددی حِصّہ نہ ہو تو عام طور پر نقطہ اعشاریہ کے بائیں طرف صفر لگا دیتے ہیں۔ اِس سے یہ مُراد ہوتی ہے کہ اِس کسر اعشاریہ کا صحیح عددی حِصّہ موجُود نہیں ہے۔

اگر کسی کسر اعشاریہ میں صحیح عددی حِصّہ صفر ہو تو اِسے **واجب کسر اعشاریہ** کہتے ہیں۔

مثلاً 0.2 ، 0.13 ، 0.05 ، 0.99 ، 0.18 وغیرہ واجب کسور اعشاریہ ہیں۔

2۔ کسر اعشاریہ کا مرتبہ :

کسی کسر اعشاریہ میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف موجُود ہندسوں کی تعداد کو اِس کسر اعشاریہ کا مرتبہ یا درجہ کہتے ہیں۔

مثلاً کسور اعشاریہ 3.28 ، 15. ، 9.06 میں ہر ایک کا مرتبہ دو ہے کیونکہ ان میں سے ہر ایک میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف ہندسوں کی تعداد دو ہے۔

جن کسور اعشاریہ کا مرتبہ برابر ہو ، اُنھیں "ہم مرتبہ" کسور اعشاریہ کہتے ہیں۔ کسور اعشاریہ 1.8 ، 0.7 ، .3 ، 186.4 ہم مرتبہ ہیں کیونکہ ان سب کا مرتبہ "ایک" ہے۔ یاد رہے کہ کسور 1.8 ، 1.80 ، 1.800 وغیرہ میں سے ہر ایک کا مرتبہ "ایک" ہے۔ واضح رہے کہ کسی کسر اعشاریہ کا مرتبہ معلوم کرنے کے لیے نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف ان صفروں کا شمار نہیں کیا جاتا، جن کے بعد کوئی اور غیر صفر ہندسہ نہ ہو۔

3۔ ہندسوں کی مقامی قیمت :

آپ پچھلی جماعتوں میں ہندسوں کی مقامی قیمت کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ عدد 3333 میں دائیں طرف سے پہلے 3 کی مقامی قیمت 3 ہی ہے۔ جب کہ دُوسرے 3 کی مقامی قیمت 30 ، تیسرے 3 کی مقامی قیمت 300 اور چوتھے 3 کی مقامی قیمت 3000 ہے۔

پس $3000 + 300 + 30 + 3 = 3333$

اِسے نیچے دِیے ہُوئے جدول سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں :

جدول

	اکائیاں	دہائیاں	سینکڑے	ہزار
ہندسہ	3	3	3	3
مقامی قیمت	3	30	300	3000

آپ پڑھ چُکے ہیں کہ کِسی دیے ہوئے عدد میں دائیں سے بائیں جانے میں ہر ہندسے کی مقامی قیمت اِس سے پہلے والے ہندسے کی مقامی قیمت کا "دس گُنا" ہوتی ہے، جبکہ بائیں سے دائیں جانے میں یہ مقامی قیمت "دسواں" ہوتی ہے۔

اُوپر دیے ہوئے جدول میں مزید ہندسے لے کر اِسے دائیں اور بائیں دونوں طرف مزید بڑھا سکتے ہیں ۔ ہر مقام کا ایک خاص نام ہے۔ ان میں سے چند مقامات اور اُن کے نام نیچے جدولوں میں دیے گئے ہیں، جبکہ کچھ اور مقامات اور اُن کے ناموں کا ذِکر اگلی جماعتوں میں آئے گا۔

مثال 1 : 3333.33 کو جدول سے ظاہر کریں۔

جدول

	سویں	دسویں	اکائیاں	دہائیاں	سینکڑے	ہزار
ہندسہ	3	3	3	3	3	3
مقامی قیمت	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{10}$	3	30	300	3000

3333.33 کو پڑھیں گے "تین ہزار تین سو تینتیس اور 3 دسویں 3 سویں یا تین ہزار تین سو تینتیس اعشاریہ تین تین۔

مثال 2 : 33333.333 کو جدول سے ظاہر کریں۔

جدول

	ہزارویں	سویں	دسویں	اکائیاں	دہائیاں	سینکڑے	ہزار	دہ ہزار
ہندسہ	3	3	3	3	3	3	3	3
مقامی قیمت	$\frac{3}{1000}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{10}$	3	30	300	3000	30000

4۔ کسر اعشاریہ کو کسرعام میں تحویل کرنا :

مثال 1 : 3333.33 کو کسرعام میں تحویل کریں۔

حل : $3333 + \frac{3}{10} + \frac{3}{100} = 3333.33$

$= \frac{3}{100} + \frac{30}{100} + \frac{333300}{100}$ (مترادف کسریں بنانے سے)

$= \frac{333333}{100}$

مثال 2 : 4.012 کو کسرِ عام میں تحویل کریں۔

حل : $4.012 = 4 + \frac{0}{10} + \frac{1}{100} + \frac{2}{1000}$

$= \frac{2}{1000} + \frac{10}{1000} + \frac{0}{1000} + \frac{4000}{1000}$ (مترادف کسریں بنانے سے)

$= \frac{4012}{1000}$

نتیجہ :

کسر اعشاریہ کو کسرِ عام میں تحویل کرنے کے لیے دی ہوئی کسر اعشاریہ سے نُقطہ اعشاریہ حذف کر دیں۔ اس طرح جو عدد حاصل ہو گا وہ مطلوبہ کسرِ عام کا شمار کنندہ ہو گا۔ مطلوبہ کسر عام کا مخرج حاصل کرنے کے لیے ہندسہ "1" لکھ کر اِس کے دائیں طرف اِتنے صفروں کا اضافہ کریں جتنا کہ دی ہوئی کسر اعشاریہ کا مرتبہ ہے۔ مثلاً

$\frac{333333}{100} = 3333.33$ ، $\frac{4012}{1000} = 4.012$ ، $\frac{4003}{10000} = .4003$

$\frac{41}{1000} = \frac{041}{1000} = .041$

041 اور 41 ایک ہی عدد 'اِکتالیس' کو ظاہر کرتے ہیں، کیونکہ 041 میں سینکڑے کا ہندسہ صفر ہے۔ دوسرے لفظوں میں 041 میں "1" اکائی اور 4 دہائیاں ہیں۔ جو کہ دراصل عدد "41" ہے۔ اِسی طرح 41 ، 041 ، 0041 ، 00041 وغیرہ بھی ایک ہی عدد یعنی اِکتالیس کو ظاہر کرتے ہیں۔

پس کسی مکمل عدد کے بائیں طرف والے آخری ہندسے کے بائیں طرف ایک یا زیادہ صفروں کا اضافہ کرنے سے اس عدد کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی۔

اب آپ کسور 2.41 اور 2.410 پر غور کریں۔

$$\frac{241}{100} = \frac{2410}{1000} = 2.410 \qquad \frac{241}{100} = 2.41$$

پس ظاہر ہُوا کہ 2.41 اور 2.410 بھی ایک ہی عدد "$\frac{241}{100}$" کو ظاہر کرتے ہیں۔ اب آپ خُود ہی دیکھ سکتے ہیں کہ 2.41 ، 2.410 ، 2.4100 وغیرہ بھی ایک ہی عدد "$\frac{241}{100}$" کو ظاہر کرتے ہیں۔

پس کسی کسر اعشاریہ کے دائیں طرف والے آخری ہندسے کے دائیں طرف ایک یا زیادہ صفروں کا اضافہ کرنے سے کسر تبدیل نہیں ہوتی۔

5 — کسور اعشاریہ کا مقابلہ :

مثال 1 : کسور 15.72 اور 9.72 کا مقابلہ کریں۔

حل: پہلا طریقہ : ان کسور میں کسری حصّے برابر ہیں ، جبکہ پہلی کسر کا صحیح عددی حصّہ دوسری کسر کے صحیح عددی حصّہ سے بڑا ہے۔ پس 15.72 < 9.72

دُوسرا طریقہ: 15.72 اور 9.72 ہم مرتبہ کسور ہیں۔ نقطہ اعشاریہ حذف کرنے سے اعداد 1572 اور 972 حاصل ہوئے۔ چونکہ 1572 بڑا ہے 972 سے۔

پس 15.72 < 9.72

مثال 2 : 0145. اور 145. میں سے کون سی کسر بڑی ہے ؟

حل : ان کسور اعشاریہ کا مقابلہ کرنے کے لیے ہم انھیں کسورِ عام میں تحویل کریں گے۔

$$\frac{145}{1000} = .145 \text{،} \quad \frac{145}{10000} = \frac{0145}{10000} = .0145$$

دونوں کسور کے شمار کنندے برابر ہیں لیکن 0145. کا مخرج 145. کے مخرج سے بڑا ہے۔ پس کسر 0145. چھوٹی ہے 145. سے۔ یعنی 145. > 0145.

دُوسرا طریقہ : 0145. اور 145. کو ہم مرتبہ کرنے سے 0145. اور 1450. حاصل ہوا۔ نقطہ اعشاریہ حذف کرنے سے اعداد 145 (= 0145) اور 1450 حاصل ہُوئے ۔ چونکہ 145 چھوٹا ہے 1450 سے۔ پس کسر 0145. چھوٹی ہے، کسر 145. سے۔ یعنی 145. > 0145.

مشق 5.2

(1) مخلوط کسر اعشاریہ میں ظاہر کریں :

$$\frac{1}{100} + 100 \text{ ، } \frac{4}{100} + 165 \text{ ، } \frac{42}{100} + 34 \text{ ، } \frac{1}{10} + 2$$

(2) کون سا بیان درُست ہے ؟

(I) پاکستان کی آبادی 80. کروڑ یا 8.0 کروڑ ہے۔

II ایک ہیکٹو گرام میں 10.00 گرام یا 1000. گرام یا 100.0 گرام ہوتے ہیں۔

(3) اگر ایک مستطیلی شکل کو 100 برابر حصّوں میں تقسیم کیا جائے تو نیچے دیے ہوئے حصّے کُل شکل کی کون سی کسر اعشاریہ ہوں گے :

4 حصّے ، 9 حصّے ، 10 حصّے ، 73 حصّے ، 90 حصّے

(4) ہم مرتبہ کسروں کو الگ کریں :

(I) 45.3 ، .12 ، 34.05 ، 25.012 ، 4.35

(II) 9.04 ، .7 ، .80 ، 22.5 ، 9.40

(III) 6.350 ، 6.503 ، 6.530 ، 6.035 ، 6.305

(5) نیچے دی ہوئی کسور اعشاریہ میں ہر ہندسے کی مقامی قیمت بتائیں اور کسور کو جدول سے ظاہر کریں :

435.87 ، 1234.56 ، 978.05 ، 735.491 ، 5432.9876

(6) دی ہوئی کسور اعشاریہ کو کسور عام میں تحویل کریں :

.3 ، .8 ، .70 ، .40 ، .45 ، .04 ، .045

3.054 ، 15.001 ، 1050.08 ، 1000.001 ، 4000.04

(7) مندرجہ ذیل کسور کو ترتیب صعودی اور ترتیب نزولی میں رکھیں :

(I) 6.435 ، 16.03 ، 9.8

(II) 8.005 ، .987 ، 26.01

(III) 4.63 ، 463 ، .463

6 - کسور اعشاریہ کی 10 ، 100 ، 1000 وغیرہ سے ضرب :

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں :

(i) $5.8 \times 10 = 58.0 = 58$ (ii) $5.8 \times 100 = 580.0 = 580$

(iii) $5.8 \times 1000 = 5800.0 = 5800$

نتیجہ :

کسی کسر اعشاریہ کو 10 ، 100 ، 1000 ... سے ضرب دینے کے لیے فقط نقطہ اعشاریہ کو بالترتیب ایک ، دو ، تین .... مراتب دائیں طرف سرکایا جاتا ہے۔

اگر دی ہوئی کسر میں نقطہ ، اعشاریہ کے دائیں طرف والے ہندسے تعداد میں ان مراتب سے کم ہوں تو کسر کے اِنتہائی دائیں جانب والے ہندسے کے بعد مناسب تعداد میں صفروں کا اضافہ کر لیتے ہیں۔ جیسے

$2.7 \times 100 = 270$ ، $2.7 \times 1000 = 2700$ ، $2.7 \times 10000 = 27000$

7 - کسورِ اعشاریہ کی کسورِ اعشاریہ سے ضرب :

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں :

$.12 = \frac{12}{100} = \frac{4}{10} \times \frac{3}{10} = .4 \times .3$ (i)

$.06 = \frac{6}{100} = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = .2 \times .3$ (ii)

$.72 = \frac{72}{100} = \frac{36}{10} \times \frac{2}{10} = 3.6 \times .2$ (iii)

$.84 = \frac{840}{1000} = \frac{105}{100} \times \frac{8}{10} = 1.05 \times .8$ (iv)

$118.734 = \frac{118734}{1000} = \frac{514}{10} \times \frac{231}{100} = 51.4 \times 2.31$ (v)

$.0008 = \frac{8}{10000} = \frac{2}{100} \times \frac{4}{100} = .02 \times .04$ (vi)

$.0015 = \frac{15}{10000} = \frac{5}{100} \times \frac{3}{100} = .05 \times .03$ (vii)

نتیجہ :

دو کسور اعشاریہ کو آپس میں ضرب دینے کے لیے نقطہ اعشاریہ کا خیال رکھے بغیر اعداد کو آپس میں ضرب دیں۔ پھر مضرُوب اور مضرُوب فیہ کے مراتب اعشاریہ کا مجمُوعہ معلُوم کر لیں۔ اب حاصِل ضرب میں دائیں طرف سے اِس مجمُوعہ کے برابر مقام گِن کر نقطہ اِعشاریہ لگا لیں۔

اگر حاصل ضرب میں ہندسوں کی تعداد کل مراتب اعشاریہ کی تعداد سے کم ہو تو حاصل ضرب میں انتہائی بائیں جانب کے ہندسے کے بعد حسب ضرورت صفروں کا اضافہ کر لیں۔

اِس نتیجہ کی رُو سے سوالوں کو مندرجہ ذیل طریقے سے بھی حل کر سکتے ہیں۔

مثال 1 :

```
  2.8
   .8 ×
 -----
 2.24
```

مثال 2 :

```
   7.5
   2.6 ×
 ------
   450
  150
 ------
 19.50
```

مثال 3 :

```
   .012
    .58 ×
 -------
     96
    60
 -------
 .00696
```

واضح رہے کہ ان تینوں مثالوں میں حاصل ضرب میں مرتبہ اعشاریہ دونوں رقموں کے مراتب اعشاریہ کے مجموعہ کے برابر ہے۔ ضرب کا عمل مکمّل اعداد کے سیٹ میں ضرب کے عمل کے عین مطابق ہے۔

مشق 5.3

(1) نیچے دی ہوئی کسروں کو بالترتیب 10 ، 100 ، اور 1000 سے ضرب دیں :

32.001 ، .05 ، .8 ، 2.3 ، 4.29 ، .376

(2) ضرب دیں : 5.3 کو 8 سے ، 4.9 کو 6 سے ، 8.3 کو 9 سے

4.8 کو 15 سے ، 3.02 کو 27 سے ، 9.31 کو 64 سے۔

(3) مختصر کریں۔

(I)

```
  2.9        4.7        8.5
   .7 ×  ،    .6 ×  ،    .9 ×
 -----      -----      -----
```

(II)

```
  6.35       7.22       4.31
    .8 × ،    .13 × ،   1.9 ×
 ------     ------     ------
```

(III)	2.409 × 2.6	145.65 × .46	781.03 × 4.12
(IV)	45.54 × .83	76.07 × .03	84.09 × .007

(4) ایک کنبہ روزانہ 2.9 کلوگرام خوراک استعمال کرتا ہے۔ بتائیں کہ ایک ہفتہ میں کتنی خوراک اِستعمال ہوگی۔

(5) ایک موٹرکار 72.05 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے 14.2 گھنٹوں میں کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

8 - کسور اعشاریہ کی تقسیم :

(i) کسور اعشاریہ کو 10 ، 100 ، 1000 وغیرہ پر تقسیم کرنا :

نیچے دی ہوئی مثالوں پر غور کریں۔

$$.24 = \frac{24}{100} = \frac{1}{10} \times \frac{24}{10} = 10 \div \frac{24}{10} = 10 \div 2.4$$

$$.024 = \frac{24}{1000} = \frac{1}{100} \times \frac{24}{10} = 100 \div \frac{24}{10} = 100 \div 2.4$$

$$.0024 = \frac{24}{10000} = \frac{1}{1000} \times \frac{24}{10} = 1000 \div \frac{24}{10} = 1000 \div 2.4$$

اِن مثالوں پر غور کرنے سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ

کسی کسر اعشاریہ کو 10 ، 100 ، 1000 ، .... پر تقسیم کرنے کے لیے اِس کسر میں نقطہ اعشاریہ کو بالترتیب ایک، دو، تین ..... درجے بائیں طرف سرکا دینا ہی کافی ہے۔

اگر کسر میں نقطہ اعشاریہ کے بائیں طرف ہندسوں کی تعداد حسب ضرورت مراتب سے کم ہو تو حاصل شدہ عدد کے اِنتہائی بائیں طرف والے ہندسے کے بعد مناسب تعداد

میں صفروں کا اضافہ کر لیتے ہیں۔

پس

$$1.2345 = 100 \div 123.45 \text{ ، } 12.345 = 10 \div 123.45$$

$$.012345 = 10000 \div 123.45 \text{ ، } .12345 = 1000 \div 123.45$$

$$.0012345 = 100000 \div 123.45$$

(ii) کسر اعشاریہ کو قدرتی اعداد پر تقسیم کرنا : مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں۔

مثال 1 : 8. کو 4 پر تقسیم کریں۔

پہلا طریقہ : $.8 \div 4 = \frac{8}{10} \div 4 = \frac{8}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{10} = .2$

دُوسرا طریقہ :

$$\begin{array}{r|l} & .2 \\ \hline 4 & .8 \\ & .8 \\ \hline & 0 \end{array}$$

پس : $.8 \div 4 = .2$

مثال 2 : $6.2 \div 20$ کو مختصر کریں۔

پہلا طریقہ : $6.2 \div 20 = \frac{62}{10} \div 20 = \frac{62}{10} \times \frac{1}{20} = \frac{31}{100} = .31$

دُوسرا طریقہ :

$$\begin{array}{r|l} & .31 \\ \hline 20 & 6.20 \\ & 6\ 0 \\ \hline & \ \ 20 \\ & \ \ 20 \\ \hline & \ \ \ 0 \end{array}$$

پس : $6.2 \div 20 = .31$

مثال 3 : $2.07 \div 45$ کو مختصر کریں۔

پہلا طریقہ : $2.07 \div 45 = \frac{207}{100} \div 45 = \frac{207}{100} \times \frac{1}{45} = \frac{2070}{1000} \times \frac{1}{45} = \frac{46}{1000} = .046$

دُوسرا طریقہ :

$$\begin{array}{r|l} & .046 \\ \hline 45 & 2.070 \\ & 180 \\ \hline & \ \ 270 \\ & \ \ 270 \\ \hline & \ \ \ \ 0 \end{array}$$

پس $2.07 \div 45 = .046$

مثال 4 : 347.28 کو 24 پر تقسیم کریں۔

حل :

$$\begin{array}{r|l} & 14.47 \\ \hline 24 & 347.28 \\ & 24 \\ \hline & 107 \\ & 96 \\ \hline & 112 \\ & 96 \\ \hline & 168 \\ & 168 \\ \hline & 0 \end{array}$$

پس $14.47 = 24 \div 347.28$

کسی کسر اعشاریہ کو قدرتی عدد سے تقسیم کرنے کا عمل قدرتی اعداد میں تقسیم کے عمل کے مطابق ہے۔ البتہ یہ احتیاط رکھنا ضروری ہے کہ نقطہ اعشاریہ مقسوم میں جس مقام پر ہو۔ خارج قسمت میں بھی یہ اسی مقام پر رہے گا۔

(iii) کسور اعشاریہ کو کسور اعشاریہ پر تقسیم کرنا :

مثال 1 : .9 کو .3 پر تقسیم کریں۔

پہلا طریقہ : $3 = \frac{10}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{10} \div \frac{9}{10} = .3 \div .9$

دُوسرا طریقہ :

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ \hline .3 & .9 \\ & .9 \\ \hline & 0 \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r|l} & 3 \\ \hline 3 & 9 \\ & 9 \\ \hline & 0 \end{array}$$

پس $3 = .3 \div .9$

مثال 2 : $4.8 \div 1.2$ کو مختصر کریں۔

پہلا طریقہ : $4 = \frac{10}{12} \times \frac{48}{10} = \frac{12}{10} \div \frac{48}{10} = 1.2 \div 4.8$

دُوسرا طریقہ :

$$\begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline 1.2 & 4.8 \\ & 4.8 \\ \hline & 0 \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline 12 & 48 \\ & 48 \\ \hline & 0 \end{array}$$

پس $4 = 1.2 \div 4.8$

مثال 3 : .125 کو .5 پر تقسیم کریں۔

پہلا طریقہ : $.125 \div .5 = \frac{125}{1000} \div \frac{5}{10} = \frac{\cancel{125}^{\,25}}{\cancel{1000}_{\,100}} \times \frac{\cancel{10}}{\cancel{5}} = \frac{25}{100} = .25$

دوسرا طریقہ :

```
      .25                   .25
.5 / .125        یا    5 / 1.25
     .10                   1 0
      25                    25
      25                    25
       0                     0
```

پس $.125 \div .5 = .25$

مثال 4 : .5 کو .125 پر تقسیم کریں۔

پہلا طریقہ : $.5 \div .125 = \frac{5}{10} \div \frac{125}{1000} = \frac{\cancel{5}^{\,1}}{\cancel{10}_{\,1}} \times \frac{\cancel{1000}^{\,100}}{\cancel{125}_{\,25}}$ یا $\frac{\cancel{100}^{\,4}}{\cancel{25}_{\,1}} = 4$

دوسرا طریقہ :

```
         4                      4
125 / 500        یا    .125 / .500
      500                     .500
        0                        0
```

پس $.5 \div .125 = 4$

اوپر دی ہوئی مثالوں سے واضح ہوتا ہے کہ پہلے تقسیم کنندہ کے نقطہ اعشاریہ کو حذف کر کے اِسے قدُرتی عدد بنالیں۔ پھر مقسوم میں نقطہ اعشاریہ کو اتنے ہی مراتب دائیں طرف سرکائیں جتنا کہ تقسیم کنندہ کا مرتبہ تھا۔ تقسیم کا باقی عمل (ii) کی طرح ہے۔

مشق 5.4

دی ہوئی کسور اعشاریہ میں ہر ایک کو 10 ، 100 ، 1000 پر تقسیم کریں۔

(1) 4678.9 ، 467.89 ، 46.789 ، 4.6789 ، .46789 ، .046789

(2) 3421.5 ، 876.29 ، 88.032 ، 57.006 ، .0009

مختصر کریں :

(3) 3 ÷ 1.8 (4) 4 ÷ 3.2 (5) 6 ÷ 4.8

(6) 9 ÷ 5.4 (7) 14 ÷ 2.24 (8) 16 ÷ 22.4

(9) 28 ÷ .224 (10) 45 ÷ .1575 (11) 35 ÷ 157.5

(12) 105 ÷ 15.75 (13) 105 ÷ 1.575 (14) 105 ÷ .1575

(15) .2 ÷ .8 (16) .3 ÷ .9 (17) .3 ÷ .15

(18) .03 ÷ .15 (19) .01 ÷ .15 (20) .01 ÷ .24

(21) 2.8 ÷ 4.48 (22) .28 ÷ 4.48 (23) .16 ÷ .448

(24) 2.6 ÷ 124.8 (25) .26 ÷ 12.48 (26) .48 ÷ 1.248

(27) .48 ÷ .1248 (28) .01 ÷ 437.8 (29) .004 ÷ 43.76

(30) اگر آپ ایک ہفتہ میں اپنی کتاب کا .07 حصّہ پڑھیں تو بتائیں کہ ایک دن میں کتنا حصّہ پڑھیں گے ۔

(31) میں نے 4.56 کلومیٹر فاصلہ 2.4 منٹ میں طے کیا ۔ بتائیں ایک منٹ میں کتنا فاصلہ طے کیا ۔

(32) ایک موٹر کار 1.52 لٹر پٹرول اِستعمال کر کے .8 کلومیٹر چل سکتی ہے ۔ بتائیں ایک کلومیٹر چلنے میں کتنا پٹرول استعمال ہوگا ۔

باب 6

اِکائی کا قاعدہ اور اوسط

1 - اِکائی کا قاعدہ :

نیچے دی ہوئی مثال پر غور کریں ۔

مثال 1 : اگر 12 گیندوں کی قیمت 48 روپے ہو تو ایسی 21 گیندوں کی قیمت معلوم کریں۔

اس سوال کو حل کرنے سے پہلے ہم اپنے آپ سے مندرجہ ذیل سوال پوچھتے ہیں ۔

12 گیندوں کی قیمت کیا ہے ؟ 48 روپے

1 گیند کی قیمت کم ہوگی یا زیادہ ؟ "کم"

پس ایک گیند کی قیمت معلوم کرنے کے لیے 48 کو 12 پر تقسیم کریں گے ۔

یعنی 1 گیند کی قیمت = $48 \div 12 = 48 \times \frac{1}{12} = 4$ روپے ۔

اب ہمیں ایک گیند کی قیمت معلوم ہو چکی ہے اور 21 گیندوں کی قیمت معلوم کرنی ہے ۔ چونکہ 21 گیندوں کی قیمت ایک گیند کی قیمت سے زیادہ ہوگی ۔ اس لیے ہم ضرب کا عمل کریں گے ۔

پس 21 گیندوں کی قیمت = $4 \times 21 = 84$ روپے

اِس سوال کو مُختصر طور پر یُوں کریں گے ۔

12 گیندوں کی قیمت = 48 روپے

1 گیند کی قیمت = $48 \div 12 = 48 \times \frac{1}{12}$ روپے

21 گیندوں کی قیمت = $\overset{4}{\cancel{48}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{12}}} \times 21 = 84$ روپے

مثال 2 : ایک درجن انڈوں کی قیمت 3.50 روپے ہے۔ بتائیے ڈھائی درجن انڈوں کی قیمت کیا ہو گی ؟

12 انڈوں کی قیمت = 3.50 روپے = $\frac{7}{2}$

1 انڈے کی قیمت = $\frac{7}{2} \times \frac{1}{12}$ روپے

30 انڈوں کی قیمت = $\frac{7}{2} \times \frac{1}{\underset{2}{\cancel{12}}} \times \overset{5}{\cancel{30}} = \frac{35}{4} = 8.75$ روپے

مثال 3 : ایک مکان کا سالانہ کرایہ 2700 روپے ہے۔ مالک مکان کو اِس پر 360 روپے سالانہ جائیداد ٹیکس ادا کرنا پڑتا ہے۔ جس مکان کا سالانہ جائیداد ٹیکس 240 روپے ہو اِس کا سالانہ کرایہ کیا ہوگا ؟

360 روپے سالانہ ٹیکس ہو تو سالانہ کرایہ = 2700 روپے

1 روپیہ سالانہ ٹیکس ہو تو سالانہ کرایہ = $2700 \times \frac{1}{360}$ روپے

240 روپے سالانہ ٹیکس ہو تو سالانہ کرایہ = $\overset{900}{\cancel{2700}} \times \frac{1}{\underset{3}{\cancel{360}}} \times \overset{2}{\cancel{240}}$

$= 900 \times 2 = 1800$ روپے

مشق 6.1

(1) ایک کتاب کی قیمت 6 روپے ہو، تو 5 کتابوں کی قیمت کیا ہو گی ؟

(2) ایک پنسل کی قیمت 75 پیسے ہو، تو 8 پنسلوں کی قیمت کیا ہو گی ؟

(3) ایک سلیٹ کی قیمت 2.25 روپے ہو، تو 12 سلیٹوں کی قیمت کیا ہوگی ؟

(4) اگر 5 دواتوں کی قیمت 15 روپے ہو، تو ایک دوات کی قیمت معلوم کریں ؟

(5) اگر 7 کتابیں 42 روپے میں ملیں، تو ایک کتاب کی قیمت معلوم کریں ؟

(6) 9 کرسیوں کی قیمت 108 روپے ہے، 6 کرسیوں کی قیمت کیا ہو گی ؟

(7) اگر 16 صندوقوں کی قیمت 480 روپے ہو، تو 20 صندوقوں کی قیمت بتائیں ؟

(8) 12 ٹوپیوں کی قیمت 108 روپے ہے، 18 ٹوپیوں کی قیمت معلوم کریں ؟

(9) 5 کرسیوں کی قیمت 300 روپے ہے، 16 کرسیوں کی قیمت معلوم کریں ؟

(10) 8 پنسلوں کی قیمت 6.40 روپے ہے، 12 پنسلوں کی قیمت معلوم کریں ؟

(11) قاسم نے 7 دنوں میں 77 روپے کمائے، وہ 11 دِنوں میں کتنے روپے کمائے گا؟

(12) اکرم نے 9 بکریاں 1530 روپے میں خریدیں، 5 بکریوں کی قیمت خرید معلوم کریں۔

(13) مسعُود نے 12 روپے سینکڑہ کے حساب سے مالٹے خریدے، ایک درجن کی قیمت کیا ہو گی ؟

(14) 15 میٹر پاپلین 97.50 روپے میں آتی ہے، 7 میٹر پاپلین کی قیمت بتائیں۔

(15) رضوان نے گھی کے 6 ڈبے خریدے اور 336 روپے ادا کیے۔ محمُود 15 ڈبے خریدے تو کتنی رقم دے گا ؟

(16) ایک مزدور 15 دن میں 345 روپے کماتا ہے، بتائیں 24 دنوں میں کتنے روپے کمائے گا ؟

(17) حمیرا نے 5 کلوگرام چاول 32.50 روپے کے خریدے جب کہ کوثر نے 8 کلوگرام چاول خریدے۔ بتائیں کوثر کتنی رقم ادا کرے گی ؟

(18) 10 میٹر تار کی قیمت 22.50 روپے ہے، 15 میٹر تار کی قیمت بتائیے ؟

(19) 100 چھتریوں کی قیمت 4675 روپے ہے، ایک ہزار چھتریوں کی قیمت بتائیے۔

(20) ایک دکان دار ہر خریدار کو 100 روپے کی خریداری پر 10 روپے رعایت دیتا ہے۔ بتائیں 1750 روپے کی خریداری پر کتنی رعایت دے گا ؟

2۔ اَوسط :

تمہید : اوسط کا لفظ وسط سے بنا ہے۔ وسط کا مطلب ہے " درمیان " اور اَوسط درمیان والی مقدار کو کہتے ہیں۔ ریاضی میں اَوسط سے مُراد ایسی مقدار ہوتی ہے جو چند دی ہوئی مقداروں کی مناسب طور پر نمائندگی کرتی ہے۔

فرض کریں ایک طالب علم پیر کے روز 10 ، منگل کو 16 ، بدھ کو 14 ، جمعرات کو 12 ، اور جمعہ کو 18 سوالات حل کرتا ہے اور ہم یہ معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ سوالات کی کون سی تعداد ہے جو اس کے روزانہ کام کو بہتر طور پر ظاہر کرتی ہے۔ سوالات کی تعداد کو ہم بڑھتی ہوئی ترتیب میں یوں لکھ سکتے ہیں۔ 10 ، 12 ، 14 ، 16 ، 18

سوالات کی کُل تعداد = 10 + 12 + 14 + 16 + 18 = 70

اگر وہ 10 سوالات روزانہ کرتا تو کُل سوالات 50 ہوتے۔

اگر وہ 12 سوالات روزانہ کرتا تو کُل سوالات 60 ہوتے۔

اگر وہ 14 سوالات روزانہ کرتا تو کُل سوالات 70 ہوتے۔

اگر وہ 16 سوالات روزانہ کرتا تو کُل سوالات 80 ہوتے۔

اگر وہ 18 سوالات روزانہ کرتا تو کُل سوالات 90 ہوتے۔

پس معلوم ہوا کہ اِس مثال میں درمیانہ عدد یعنی 14 فی یوم سوالات کو سب سے بہتر طور پر ظاہر کرتا ہے۔

اب فرض کریں کہ پانچ دِنوں میں حل کیے ہوئے سوالات کی تعداد بالترتیب یُوں ہے۔ 10 ، 13 ، 14 ، 17 ، 26

سوالات کا مجمُوعہ = 10 + 13 + 14 + 17 + 26 = 80

اگر طالب علم 10 سوالات روزانہ حل کرتا تو حل شدہ سوالات 50 ہوتے۔

اگر طالب علم 13 سوالات روزانہ حل کرتا تو حل شدہ سوالات 65 ہوتے۔
اگر طالب علم 14 سوالات روزانہ حل کرتا تو حل شدہ سوالات 70 ہوتے۔
اگر طالب علم 17 سوالات روزانہ حل کرتا تو حل شدہ سوالات 85 ہوتے۔
اگر طالب علم 26 سوالات روزانہ حل کرتا تو حل شدہ سوالات 130 ہوتے۔
اب 70 کے مقابلہ میں 85 زیادہ قریب ہے 80 کے۔

پس موجودہ صورت میں عدد 17 دیے ہوئے اعداد کی بہتر طور پر نمائندگی کرتا ہے۔

ان مثالوں سے معلوم ہوا کہ اگرچہ بعض اوقات چند دی ہوئی مقداروں میں سے درمیانی مقدار ان کی نمائندگی کر سکتی ہے مگر ہمیشہ ایسا نہیں ہوتا۔ اس لیے ہمیں کوئی بہتر طریقہ معلوم کرنا چاہیے۔ اگر ہم (دوسری صورت میں) سوالات کی کُل تعداد کو دِنوں کی کُل تعداد پر تقسیم کریں ($80 \div 5$) تو عدد 16 حاصل ہوتا ہے۔ اگر طالب علم روزانہ 16 سوالات حل کرتا تو 5 دنوں میں 80 سوالات حل کر لیتا۔ ہم کہتے ہیں کہ 16 دیے ہوئے اعداد کی اوسط ہے۔ یاد رہے یہ ضروری نہیں کہ دی ہوئی مقداروں کی اوسط اِن مقداروں میں سے ہی کوئی عدد ہو جیساکہ اُوپر کی مثال میں 16 دی ہوئی مقداروں میں سے کوئی عدد نہیں۔

اوسط کی کئی قسمیں ہیں۔ یہاں ہم صرف حسابی اوسط کے متعلق پڑھیں گے۔ اور آسانی کی خاطر حسابی اوسط کی بجائے صرف "اوسط" لکھیں گے۔

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کیجیے:

مثال 1 : پہلے دن آپ نے اپنے جیب خرچ میں سے 50 پیسے، دوسرے دن 25 پیسے، تیسرے دن 35 پیسے اور چوتھے دن 46 پیسے خرچ کیے۔ اس طرح آپ نے 4 دِنوں میں کُل 156 پیسے خرچ کیے۔ اگر آپ روزانہ 39 پیسے خرچ کرتے تو پھر بھی آپ کا 4 دِن کا خرچ 156 پیسے ہوتا۔

پس ہم اِس کو اِس طرح کہیں گے کہ آپ کا 4 دِنوں کا اوسط خرچ 39 پیسے ہے" دُوسرے لفظوں میں اگر آپ کے چار دِنوں کے کل خرچ کو جمع کر کے 4 پر تقسیم کر دیا جائے تو اوسط خرچ حاصل ہوتا ہے۔

$$\text{یعنی اوسط خرچ} = \frac{46 + 35 + 25 + 50}{4} = \frac{156}{4} = 39 \text{ پیسے}$$

مثال 2 : علیم الدّین نے پہلے میچ میں 91 ، دوسرے میں 29 ، تیسرے میں 40 ، چوتھے میں صفر اور پانچویں میں 10 رنز بنائے یعنی پانچ میچوں میں اُس نے کُل 170 رنز بنائے۔ اگر وہ ہر میچ میں 34 رنز بناتا تو تب بھی رنز کی کُل تعداد 170 رہتی. پس اوسط رنز کی تعداد 34 ہُوئی۔

$$\text{یعنی اوسط رنز} = \frac{10 + 0 + 40 + 29 + 91}{5} = \frac{170}{5} = 34$$

اِن مثالوں پر غور کرنے سے یہ بات واضح ہو جاتی ہے کہ اوسط سے مراد ہم ایسا عدد لیں گے جو دی ہوئی مقداروں کے مجمُوعے کو مقداروں کی تعداد پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔ یعنی

$$\text{اوسط} = \frac{\text{تمام مقداروں کا مجمُوعہ}}{\text{تمام مقداروں کی تعداد}}$$

مثال 3 : اصغر نے پہلے امتحان میں 75 ، دوسرے میں 55 اور تیسرے میں 89 نمبر حاصل کیے۔ اس کے اوسط نمبر فی امتحان معلُوم کریں۔

حل: کُل نمبر = $75 + 55 + 89 = 219$

کُل اِمتحان = 3

اوسط نمبر = $\frac{219}{3} = 73$

مثال 4: مری میں پہلے دِن 0.4 سم ، دوسرے دِن 2.2 سم ، تیسرے دن 2.7 سم ، چوتھے دن صفر ، پانچویں دن 4.8 سم ، چھٹے دن 0.6 سم اور ساتویں دن 1.2 سم بارش ہوئی ۔ ہفتہ میں یومیہ اوسط بارش کتنی ہوئی ؟

حل: کُل بارش $0.4 + 2.2 + 2.7 + 0 + 4.8 + 0.6 + 1.2 = 11.9$

کُل دِن $= 7$

یومیہ اوسط بارش $= \frac{11.9}{7} = 1.7$ سم

مشق 6.2

(1) 11 ، 15 ، 19 کی اوسط معلُوم کریں ۔

(2) 12 ، 60 ، 40 ، 0 ، 48 کی اوسط معلوم کریں ۔

(3) 75 ، 80 ، 62 ، 95 ، 21 ، 39 کی اوسط معلوم کریں ۔

(4) 1.1 ، .6 ، 1.2 ، .7 کی اوسط معلوم کریں ۔

(5) ایک سکول میں پانچویں جماعت کے فریق ا ، ب ، ج ، د اور ر میں طلبہ کی تعداد بالترتیب 55 ، 62 ، 58 ، 59 اور 61 ہے ۔ اس جماعت کی اوسط تعداد فی فریق کیا ہے ؟

(6) محمُود کے چار کھیتوں کی پیداوار بالترتیب 5 میٹرک ٹن ، $2\frac{1}{2}$ میٹرک ٹن ، 3 میٹرک ٹن اور $4\frac{1}{2}$ میٹرک ٹن ہے ۔ اُس کی فی کھیت اوسط پیداوار معلوم کریں ۔

(7) سُلمان نے چار دنوں میں بالترتیب $2\frac{1}{2}$ گھنٹے ، $4\frac{1}{4}$ گھنٹے ، $1\frac{1}{2}$ گھنٹے اور $2\frac{3}{4}$ گھنٹے کام کیا ۔ اس کی روزانہ اوسط کارکردگی کا وقت معلوم کریں ۔

(8) نعمان، عامر، ندیم، اقبال، اختر نے اپنے اپنے جیب خرچ کو ایک جگہ اکٹھا کر کے آپس میں برابر برابر بانٹ لیا۔ ان کی رقوم بالترتیب 1.30 روپے، 2.10 روپے، 3.50 روپے، 1.80 روپے اور 2.55 روپے تھیں، بتائیے اِن میں سے ہر ایک کو کیا مِلا؟

(9) عمران کو پہلے ہفتے 199.95 روپے، دوسرے ہفتے 201.25 روپے، تیسرے ہفتے 95.05 روپے اور چوتھے ہفتے 210.75 روپے آمدنی ہوئی۔ اس کی فی ہفتہ اوسط آمدنی معلوم کریں۔

(10) ثریّا نے ایک ہفتے میں مندرجہ ذیل رقمیں خرچ کیں۔ اس کی روزانہ اوسط آمدنی معلوم کریں:

جمعہ: 12.50 روپے ہفتہ: 15.75 روپے اتوار: 5.35 روپے
پیر: 21.04 روپے منگل: 12.00 روپے بُدھ: کوئی خرچ نہیں ہوا۔
جمعرات: 17.15 روپے۔

(11) جمیلہ نے 3 کلوگرام چینی ڈپو سے 7 روپے فی کلوگرام اور پھر بازار سے 2 کلوگرام چینی 9.50 روپے فی کلوگرام خرید کر ملا دی۔ ایک کلوگرام چینی کی اوسط قیمت معلوم کریں۔

باب 7

سکیل ڈرائینگ اور گراف

1 — سکیل ڈرائینگ :

ارشد نے فوٹوگرافر سے اپنی تصویر بنوائی۔ تصویر میں اس کے قد کی اُونچائی 5 سم ہے۔ اس کا قد 12 ڈیسی میٹر ہے۔ تصویر میں 5 سم لمبائی کتنی اصل لمبائی کو ظاہر کرتی ہے (12 ڈم یا 120 سم) تصویر میں 1 سم لمبائی کتنی اصل لمبائی کو ظاہر کرتی ہے :



(1)

$$24 = 5 \div 120$$

ہم کہتے ہیں کہ تصویر کی سکیل 1 : 24 ہے اور اسے پڑھتے ہیں 1 اور 24 کی سکیل۔ تصویر میں لمبائی اور اُس کے مطابق اصل لمبائی سے ہمیں تصویر کی سکیل حاصل ہوتی ہے۔



(2)



(3)

ارشد کے دوستوں نے اس کی تصویریں (نمبر 2 و 3) بنائیں۔ تصویر نمبر 2 میں تصویر نمبر 1 کے مقابلہ میں ارشد بہت موٹا معلوم ہوتا ہے، اور تصویر 3 میں وہ بہت پتلا دکھائی دیتا ہے۔ تصویر نمبر 2 و 3 اچھی تصویریں نہیں ہیں۔ کیونکہ ان میں راسی اور اُفقی اطراف میں ایک ہی سکیل استعمال نہیں کی گئی ہے۔

کسی چیز کی صحیح تصویر وہ ہوگی جس میں راسی اور اُفقی جانب ایک ہی سکیل استعمال کی گئی ہو۔ یعنی دونوں طرف فاصلے ایک ہی حساب سے کم کیے گئے ہوں۔

3 سینٹی میٹر

5 سینٹی میٹر

(4)

ایک کھیت مستطیلی علاقہ کی شکل کا ہے۔
اس کا طول 50 میٹر اور عرض 30 میٹر ہے۔
اس کا خاکہ بنانے کے لیے ایک مناسب
سکیل ایسی ہوگی جس میں خاکے کے 3
سینٹی میٹر اصل کے 30 میٹر کو ظاہر کریں۔
یعنی سکیل کے مُطابق

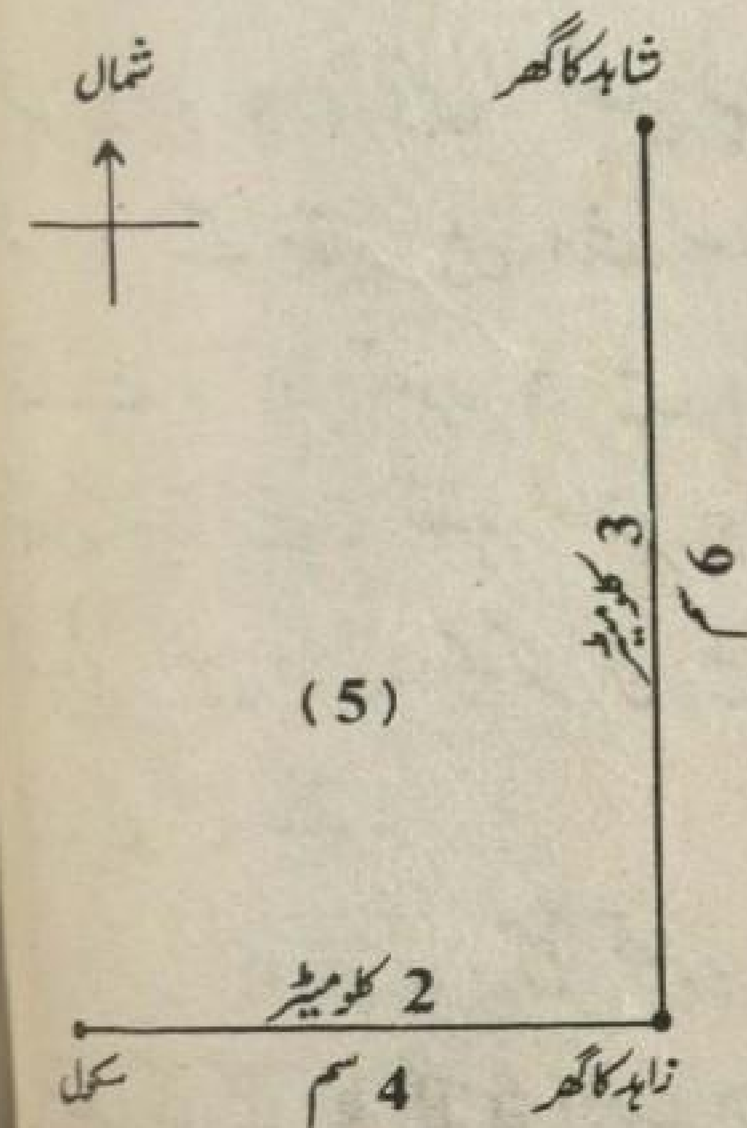
3 سم ظاہر کرتا ہے 30 میٹر کو

1 سم ظاہر کرتا ہے 10 میٹر کو یعنی 1000 سم کو

پس سکیل ہے 1 : 1000

چونکہ 10 میٹر کو 1 سم سے ظاہر کیا گیا ہے۔ 50 میٹر کو 5 سم سے ظاہر کیا گیا ہے۔
پس دیے ہوئے کھیت کا خاکہ یا نقشہ ایک ایسا مستطیلی علاقہ ہوگا جس کا طول 5 سم
اور عرض 3 سم ہو (شکل نمبر 4)

زاہد کا سکول اس کے گھر سے مغرب کی جانب 2 کلومیٹر کے فاصلہ پر واقع ہے اور
اِس کے دوست شاہد کا گھر اس کے گھر سے شمال
کی جانب 3 کلومیٹر کے فاصلہ پر ہے۔ فرض
کریں ہمیں سکول اور دونوں گھروں کا خاکہ تیّار کرنا
ہے۔ یہاں ایک مناسب سکیل وہ ہوگی جس میں
2 کلومیٹر کو 4 سم سے ظاہر کیا جائے۔ یعنی
خاکہ کا



4 سم ظاہر کرتا ہے 2 کلومیٹر کو

1 سم ظاہر کرتا ہے $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ کلومیٹر کو

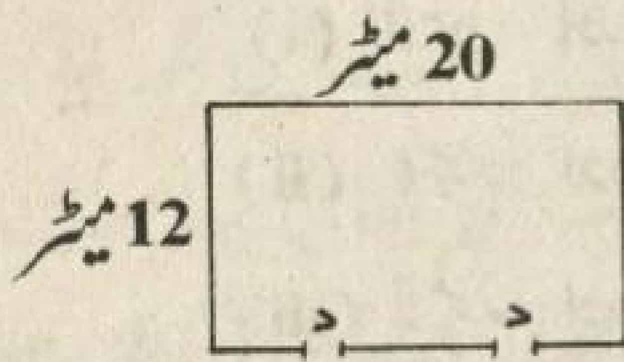
اب 1 کلومیٹر = 1000 میٹر = 1,00,000 سم

پس $\frac{1}{2}$ کلومیٹر = 50,000 سم

لہٰذا سکیل ہے 1 : 50,000

اِس سکیل کے مطابق 3 کلومیٹر کو 6 سم سے ظاہر کیا جائے گا۔

نوٹ : اگر ہم ایک یا زیادہ مقامات کا نقشہ تیار کریں تو سکیل کے علاوہ نقشہ پر شمال کے رُخ کو بھی ظاہر کرتے ہیں۔ مکانات کے نقشے تیار کرنے کے لیے دیواروں کو قطعات خط (یا پٹیوں) سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ دروازے کی جگہ خالی چھوڑ دی جاتی ہے اور اس پر "د" لکھ دیا جاتا ہے عموماً کھڑکیاں اور روشن دان ظاہر نہیں کیے جاتے۔



شکل نمبر 6 میں ایک کمرے کا خاکہ دیا گیا ہے اس کا طول اور عرض ماپ کر سکیل معلوم کریں۔

مشق 7·1

(1) مندرجہ ذیل سکیلوں کو معیاری صورت میں لکھیے :

(سکیل کی دونوں مقداریں ایک ہی اکائی میں ہوں اور پہلی مقدار 1 ہو)

(i) 5 سم : 1000 سم (ii) 4 سم : 1 کلومیٹر

(iii) 3 سم : 15 میٹر (iv) 2 سم : 75 میٹر

(2) قطعاتِ خط کو ماپ کر سکیل معلوم کریں :

(i) 15 میٹر

(ii) 40 میٹر

(iii) 60 میٹر

(iv) 30 میٹر

(v) 25 میٹر

(3) سکیل 1 : 10000 کے مطابق مندرجہ ذیل فاصلوں کو قطعاتِ خط سے ظاہر کریں۔ قطعاتِ خط کی لمبائیاں کیا کیا ہوں گی ؟

(i) 1 کلومیٹر (ii) $\frac{1}{2}$ کلومیٹر (iii) 400 میٹر

(4) پاکستان کے چند شہروں کے درمیان تقریبی ہوائی فاصلے ذیل میں دیے ہوئے ہیں۔ اگر سکیل 1 : 10,00,000 کے مطابق نقشہ تیار کیا جائے تو یہ فاصلہ کتنے کتنے سینٹی میٹروں میں ظاہر کیا جائے گا۔

(i) لاہور اور پشاور کے درمیان فاصلہ = 400 کلومیٹر

(ii) لاہور اور کراچی کے درمیان فاصلہ = 1050 کلومیٹر

(iii) لاہور اور کوئٹہ کے درمیان فاصلہ = 720 کلومیٹر

2۔ گراف :

پچھلی جماعتوں میں آپ تصویری گراف اور بارگراف کو پڑھنے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں۔ اس باب میں ان دونوں قسموں کے گراف اور خطی گراف بنانا سیکھیں گے۔ موجودہ زمانے میں گراف کے استعمال کو بہت زیادہ اہمیّت حاصل ہو گئی ہے۔ بڑے بڑے اعداد و شمار کو گراف کے ذریعے ظاہر کرکے ہم ان کا باہمی مقابلہ بڑی آسانی سے کر سکتے ہیں اور ان کے متعلّق کئی ایک مفید نتائج محض گراف دیکھ کر ہی اخذ کر لیتے ہیں۔

آپ جانتے ہیں کہ گراف کا مقصد یہ ہے کہ وہ دیے ہوئے اعداد و شمار کا باہمی تعلّق واضح کرے۔

گراف تیار کرنے کے لیے ہدایات :

(1) سب سے پہلے گراف کی مناسب قسم کا انتخاب کیا جائے۔

(2) ایسی سکیل اختیار کی جائے جس سے اعداد و شمار آسانی سے ظاہر کیے جا سکیں۔
(3) ہر محور کے ساتھ جو چیز دکھائی جاتی ہے وہ بھی لکھ دی جائے۔
(4) گراف کا مناسب عنوان اس کے شروع میں لکھ دیا جائے۔

3- تصویری گراف :

تصویری گراف بناتے وقت پہلے دی ہوئی باتوں کے علاوہ مندرجہ ذیل نکات بھی مدِنظر رکھیں:

1- سب سے پہلے دیے ہوئے اعداد و شمار کو جدول کی صورت میں لکھ لیا جائے۔

2- اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کے لیے تصاویر یا علامات کی قطاریں بنائی جائیں۔ یہ قطاریں افقی بھی ہو سکتی ہیں اور راسی بھی۔ جیساکہ دیے ہوئے تصویری گرافوں سے ظاہر ہے۔

3- تصویر یا علامت ایسی لی جائے کہ ضرورت پڑنے پر اگر تصویر یا علامت کا کوئی حصّہ ظاہر کرنا مقصود ہو تو بآسانی کیا جا سکے۔

4- گراف کے نیچے سکیل ضرور دی جائے تاکہ پڑھنے والا جلدی سے سمجھ جائے کہ تصویر یا علامت کس سکیل کو ظاہر کرتی ہے۔

تصویری گراف بنانے کی وضاحت نیچے دی گئی مثالوں سے کی گئی ہے۔

مثال 1 : ایک جماعت کے بچّوں سے اِن کے سکول آنے کے ذرائع کے متعلّق پوچھا گیا تو اُنھوں نے بتایا کہ ان میں سے 15 بس کے ذریعے، 20 سائیکل پر، 5 تانگوں پر اور 30 پیدل آتے ہیں۔ ان اعداد و شمار کا تصویری گراف کچھ اس طرح کا ہوگا۔

جدول

بس	سائیکل	تانگہ	پیدل
15	20	5	30

بچّوں کے سکول پہنچنے کے ذرائع

(اُفقی گراف)

سکول پہنچنے کے ذرائع

بس	☺	☺	☺			
سائیکل	☺	☺	☺	☺		
تانگہ	☺					
پیدل	☺	☺	☺	☺	☺	☺

(i)

بچّوں کی تعداد

تصویر "☺" 5 بچّوں کو ظاہر کرتی ہے۔

بچّوں کے سکول پہنچنے کے ذرائع

(راسی گراف)

بچّوں کی تعداد

			☺
			☺
	☺		☺
☺	☺		☺
☺	☺		☺
☺	☺	☺	☺
بس	سائیکل	تانگہ	پیدل

(ii)

سکول پہنچنے کے ذرائع

تصویر "☺" 5 بچّوں کو ظاہر کرتی ہے۔

اِس تصویری گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل قسم کے سوالوں کے جواب دینا آسان ہیں :

(i) سب سے زیادہ بچّے کس ذریعہ سے سکول آتے ہیں؟ (ii) پیدل آنے والے

بچّوں کی تعداد زیادہ ہے یا سائیکل پر آنے والوں کی ؟ (iii) سب سے کم بچّے کس ذریعہ سے سکول آتے ہیں ؟ (iv) سائیکل پر آنے والے بچّوں کی تعداد کتنی ہے ؟ (v) گراف کا عنوان کیا ہے ؟ (vi) گراف کی سکیل کیا ہے ؟ (vii) گراف کے اُفقی محور کے ساتھ کیا لکھا ہے ؟ (viii) گراف کے راسی محور کے ساتھ کیا لکھا ہے ؟

مثال 2 : ایک جائزہ کے مُطابق لوگ ہفتہ میں جتنے گھنٹے کام کرتے ہیں اُس کا جدول ذیل میں دیا گیا ہے۔ ان اعداد و شمار کی مدد سے تصویری گراف بنائیں۔

پیشہ	خاتونِ خانہ	گھریلو ملازم	کسان	فیکٹری میں کام کرنے والے	آفس میں کام کرنے والے	اساتذہ
گھنٹے (ایک ہفتے میں)	102	78	72	48	36	36

(راسی گراف)

ہفتہ وار اوقاتِ کار

خاتونِ خانہ	گھریلو ملازم	کسان	فیکٹری میں کام کرنے والے	آفس میں کام کرنے والے	اساتذہ
◓					
⊕					
⊕	◓				
⊕	⊕	⊕			
⊕	⊕	⊕			
⊕	⊕	⊕	⊕		
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕

ہفتہ میں کام کے گھنٹوں کی تعداد

(iii)

مختلف پیشے

گھڑی کی شکل " ⊕ " 12 گھنٹے ظاہر کرتی ہے۔

(اُفقی گراف)

ہفتہ وار اوقاتِ کار

مختلف پیشے

اساتذہ	⊕	⊕	⊕							
آفس میں کام کرنے والے	⊕	⊕	⊕							
فیکٹری میں کام کرنے والے	⊕	⊕	⊕	⊕						
کسان	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕					
گھریلو ملازم	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕				
خاتونِ خانہ	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	◒	

(iv)

ہفتہ میں کام کے گھنٹوں کی تعداد

گھڑی کی شکل "⊕" "12 گھنٹے ظاہر کرتی ہے۔

4 — بار گراف :

1 — بار گراف میں پٹیاں بنائی جاتی ہیں۔ یہ پٹیاں اُفقی بھی بنائی جا سکتی ہیں اور راسی بھی۔

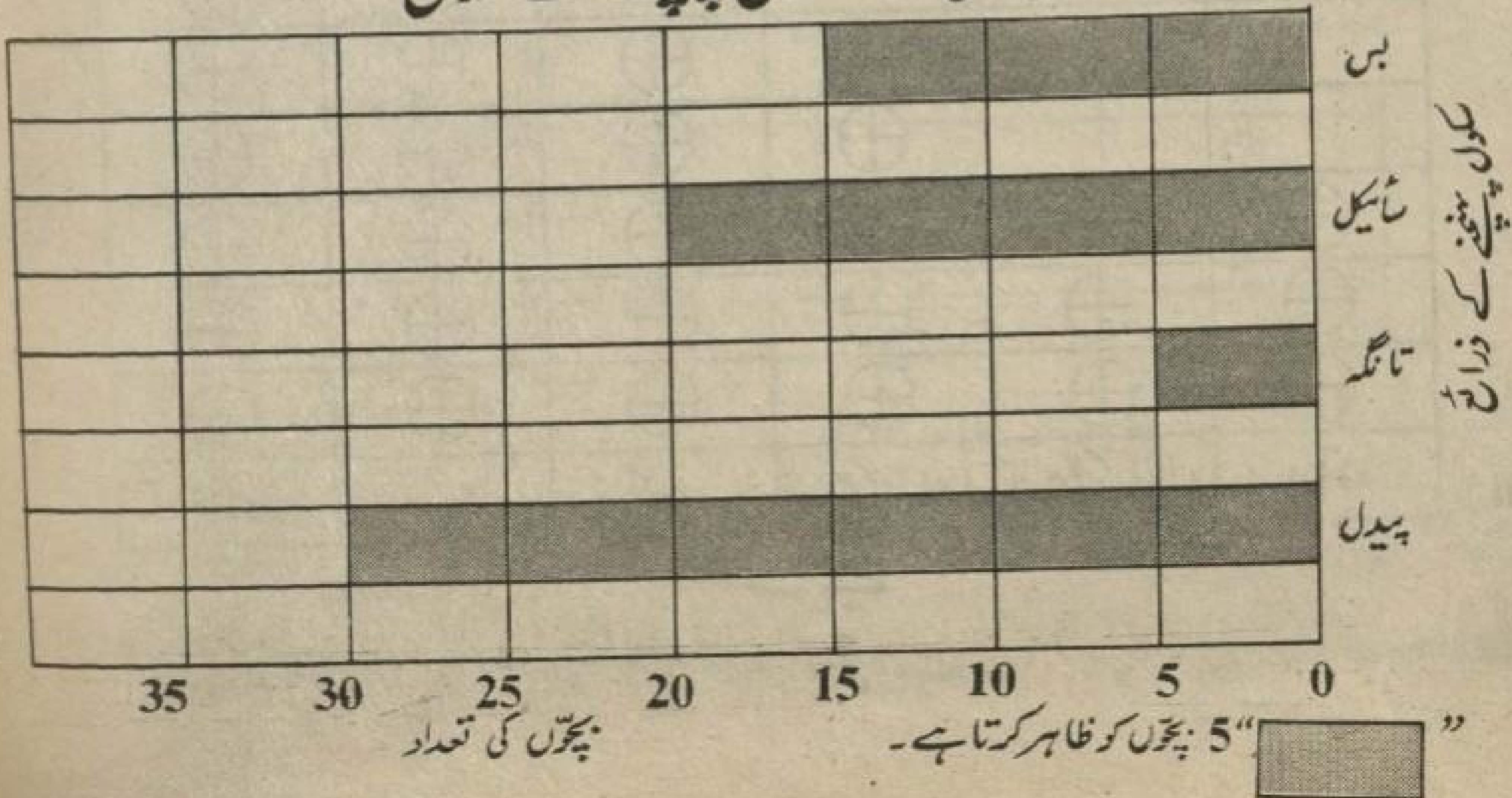
2 — تمام پٹیوں کی چوڑائی یکساں ہو اور ان کا درمیانی فاصلہ برابر ہو۔

3 — بار گراف کو خوب صورت بنانے کے لیے پٹیوں میں مختلف رنگ بھرے جا سکتے ہیں۔

مثال 3 : (1) صفحہ 81 کے اعداد و شمار کے ساتھ مندرجہ ذیل بار گراف بنیں گے۔

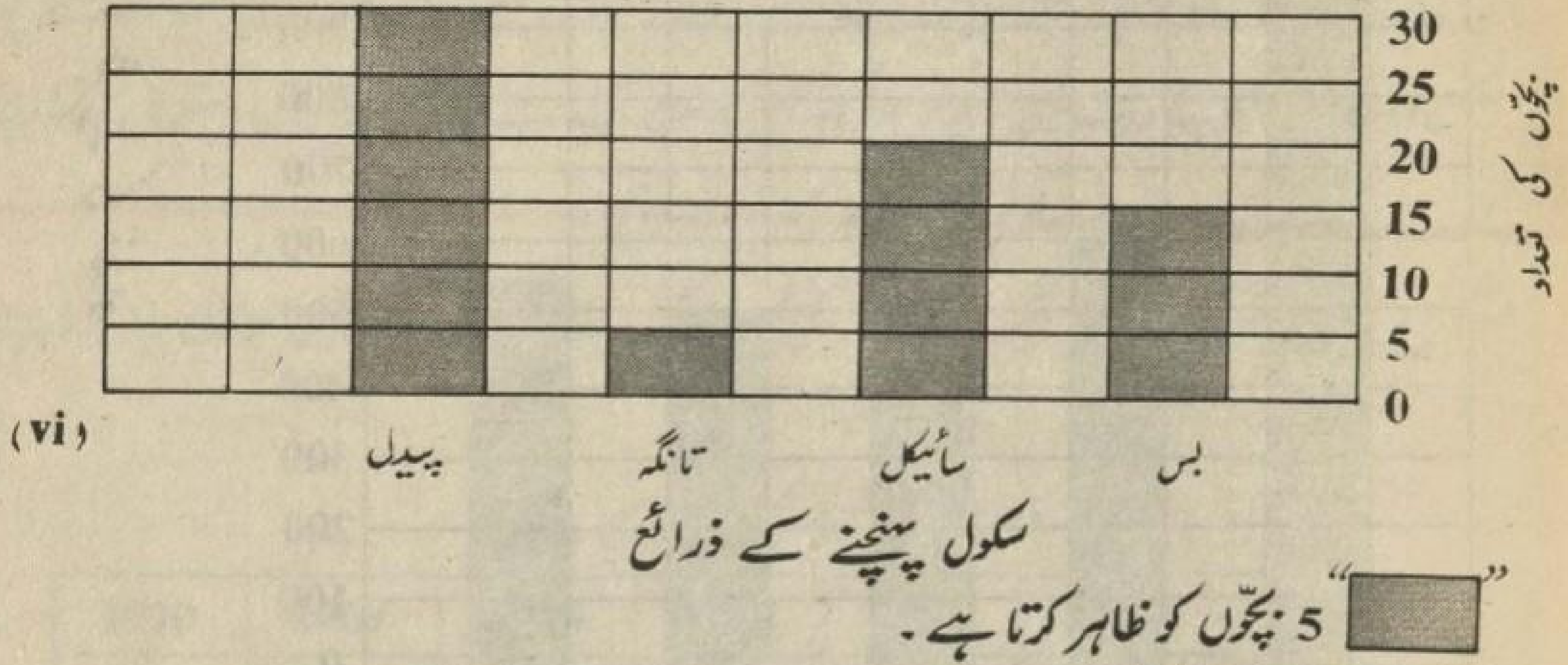
(افقی گراف)

بچوں کے سکول پہنچنے کے ذرائع



(راسی گراف)

بچّوں کے سکول پہنچنے کے ذرائع



سکول پہنچنے کے ذرائع

"▭" 5 بچّوں کو ظاہر کرتا ہے۔

ان گرافوں کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیں۔

(i) گراف (V)،(VI) میں سے کس میں اُفقی پٹیاں اور کس میں راسی پٹیاں بنی ہیں؟

(ii) سب سے لمبی پٹی کتنے بچّوں کو ظاہر کرتی ہے؟

(iii) اِس گراف کی سکیل کیا ہے ؟

(iv) راسی محور پر 5 ، 10 ، 15 ، 20 ، 25 اور 30 اعداد کیا ظاہر کرتے ہیں ؟

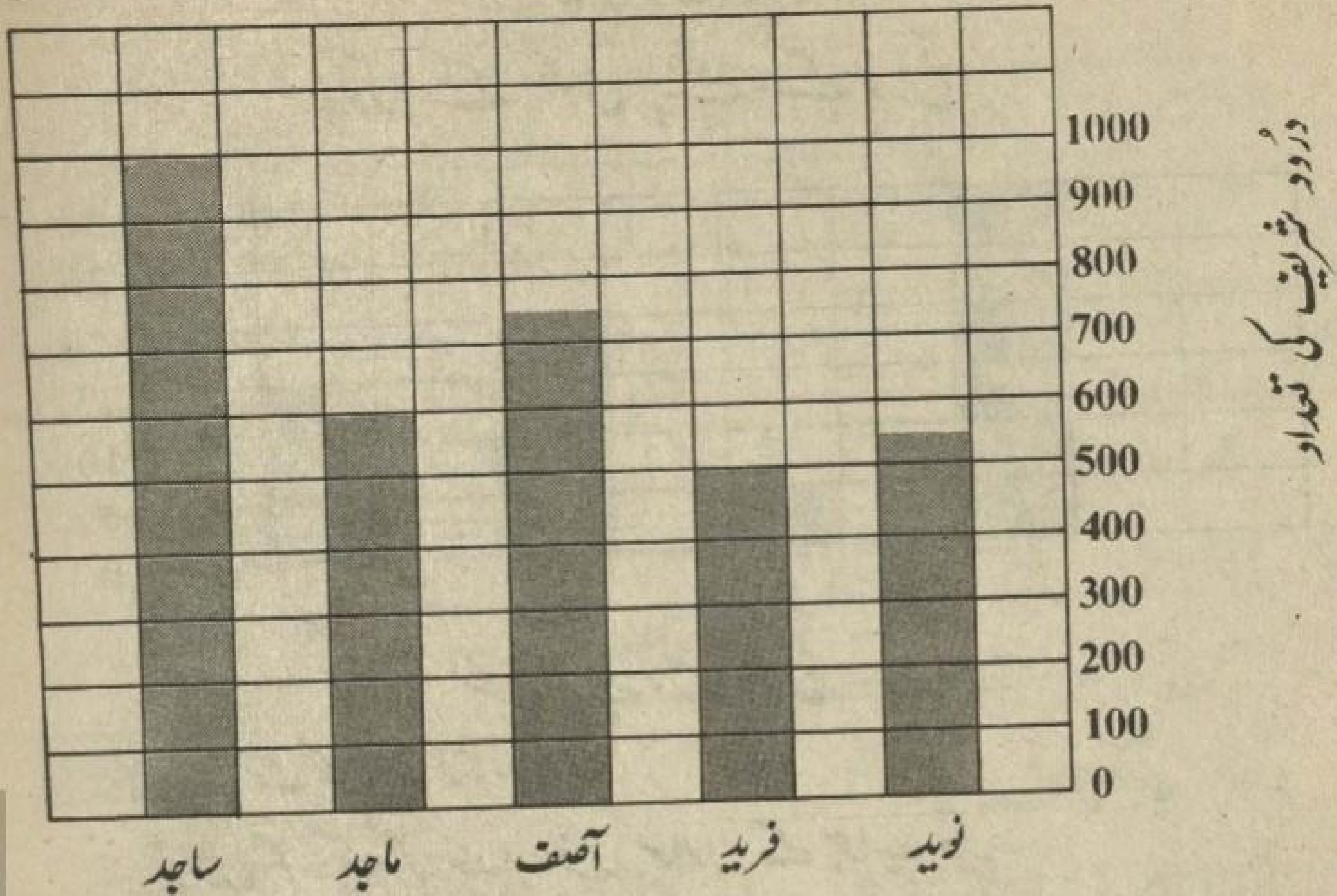
(v) تانگہ پر جانے والے بچّوں کی تعداد کتنے خانوں سے ظاہر کی گئی ہے ؟

مثال 4 : شبِ قدر کو 5 دوستوں نوید ، فرید ، آصف ، ماجد اور ساجد نے بالترتیب 550 بار ، 500 بار ، 750 بار ، 600 بار اور 1000 بار دُرود شریف پڑھا۔ اِن اعداد و شمار کو بارگراف کے ذریعے ظاہر کریں۔

جدول

ساجد	ماجد	آصف	فرید	نوید
1000	600	750	500	550

شبِ قدر کو پڑھے جانے والے دُرود شریف کا راسی گراف



"▬" 100 کو ظاہر کرتا ہے۔ "▭" 50 کو ظاہر کرتا ہے۔

(i) کس نے سب سے زیادہ دُرود شریف پڑھا ؟

(ii) دُرود شریف کی تعداد کو کون سے محور کے ساتھ لکھا گیا ہے ؟

(iii) اس گراف میں کیا سکیل لیا گیا ہے ؟

(iv) دی ہوئی سکیل کی بجائے آپ اور سکیل لے کر ان اعداد و شمار سے خود بار گراف بنائیں۔

(v) پٹیوں کے درمیان جگہ کیوں چھوڑی جاتی ہے ؟

(vi) تصویری گراف فوری معلومات پہنچاتا ہے یا بار گراف ؟

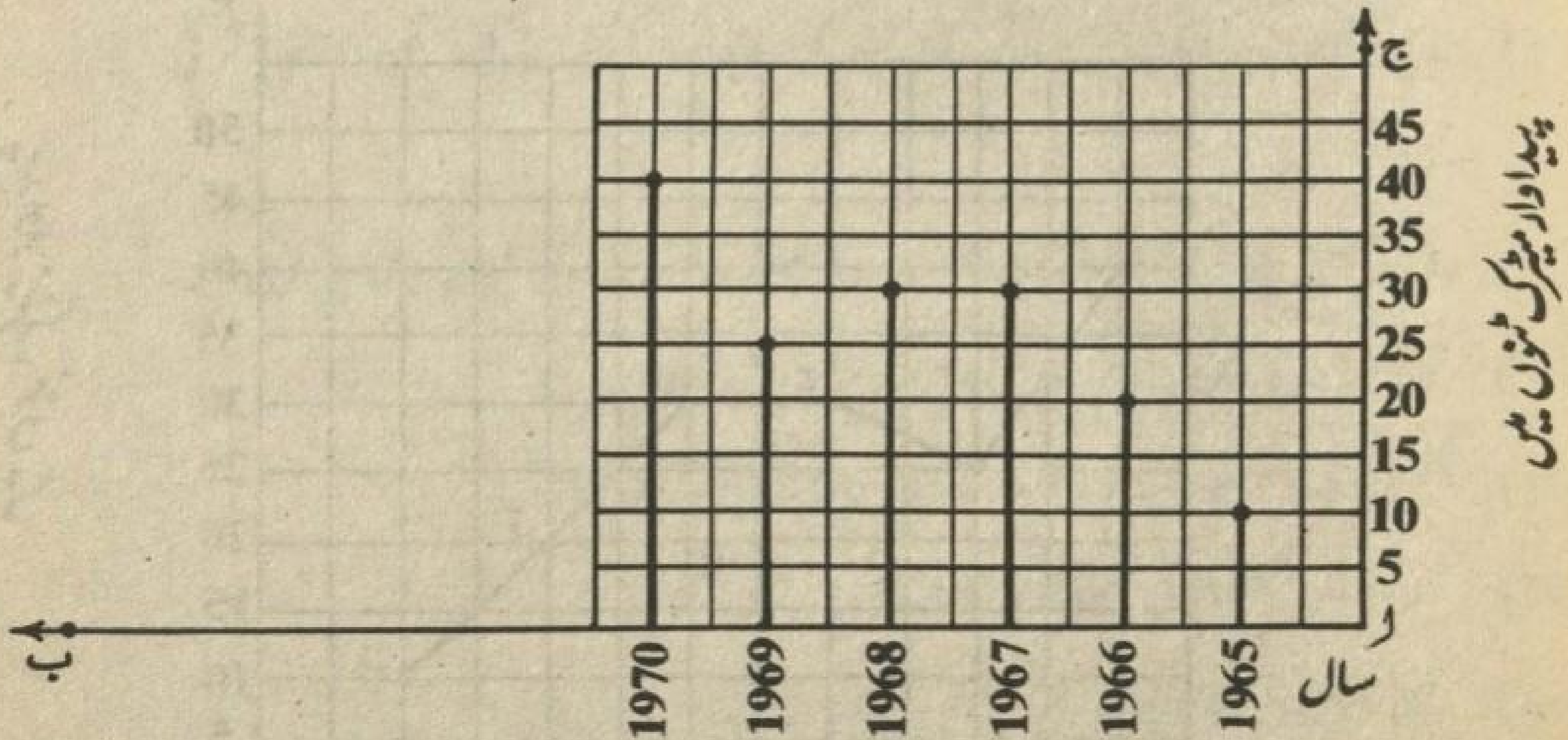
5۔ سلاخی گراف۔ خطی گراف :

تصویری گراف اور بار گراف میں تصویریں اور پٹیاں بنانے میں کافی وقت لگ جاتا ہے۔ اس لیے اِس قسم کے گراف محض پبلک کے لیے بنائے جاتے ہیں تاکہ وہ انھیں سہولت سے پڑھ سکیں اور گراف خوب صورت بھی معلوم ہوں۔ عملی کاموں کے لیے اکثر خطی گراف اِستعمال ہوتا ہے۔ لیکن اِس کو سمجھنے سے پہلے سلاخی گراف کا سمجھنا مفید ہوگا۔

مثال 1 : فرض کریں ہمیں ایک زمیندار کی گندم کی پیداوار کا مندرجہ ذیل جدول دیا ہوا ہے۔

زمیندار کی گندم کی پیداوار کا جدول

سال	1965	1966	1967	1968	1969	1970
پیداوار میٹرک ٹنوں میں	10	20	30	30	25	40



اُفقی محور ا ب پر ہم نے دو چھوٹے خانوں کی لمبائی کو ایک سال کے وقفے سے ظاہر کیا ہے اور راسی محور پر 5 میٹرک ٹنوں کو ایک چھوٹے خانے کی لمبائی سے ظاہر کیا ہے۔

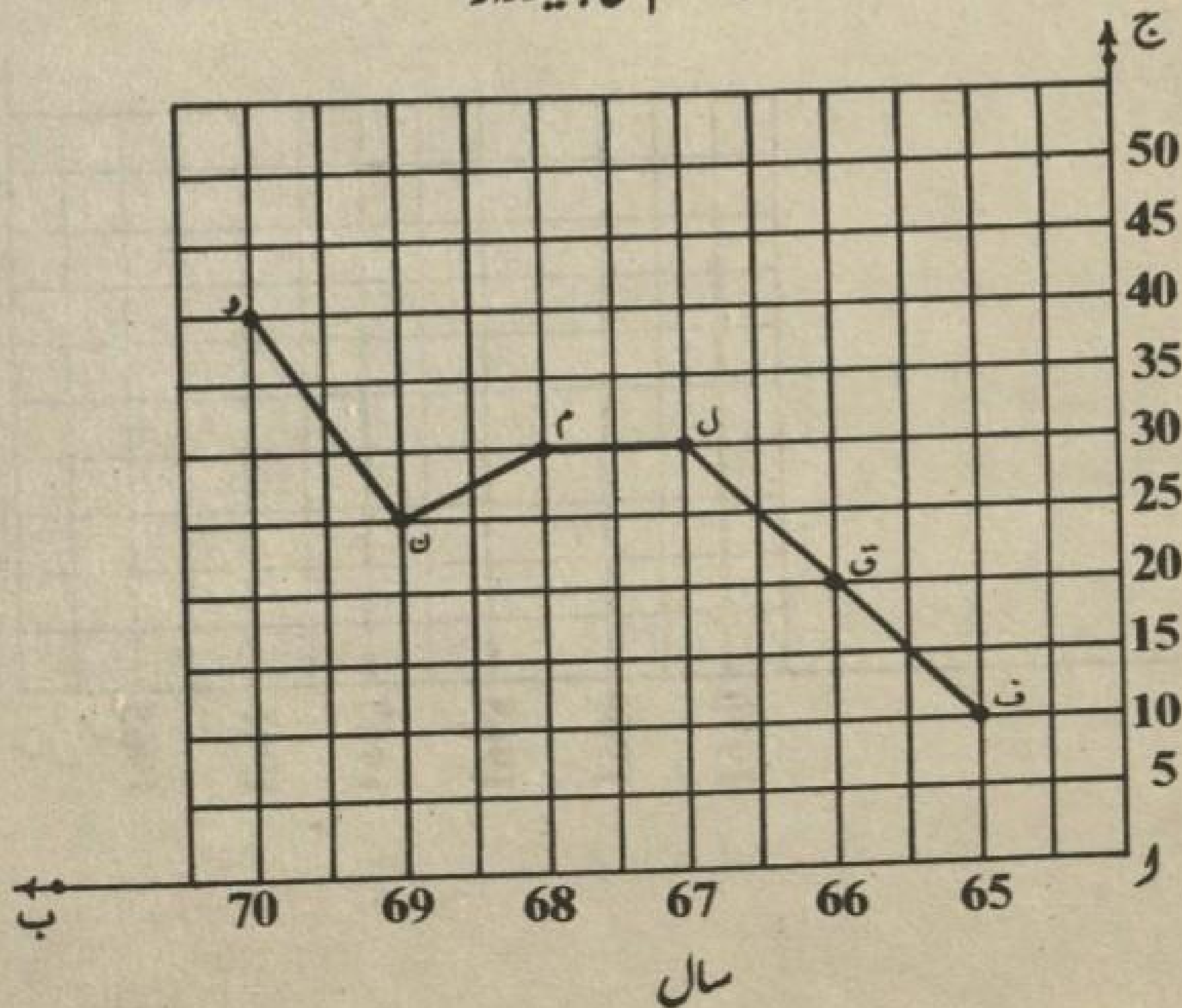
مختلف سالوں کی پیداوار کو ظاہر کرنے کے لیے ہم پٹیوں کی بجائے (قدرے موٹے) قطعاتِ خط استعمال کرتے ہیں۔ اِس طرح سے حاصل ہونے والے گراف کو سلاخی گراف کہتے ہیں۔

چونکہ کسی سال کی پیداوار متعلقہ سلاخ کا اُوپر کا سرا ہی ظاہر کرتا ہے۔ اس لیے اگر ہم گراف میں سلاخوں کے صرف بالائی سرے (نقاط) ظاہر کریں تو بھی کافی ہوگا۔ اس طرح سے حاصل ہونے والے نقاط کو عام طور پر قطعاتِ خط سے ملا دیا جاتا ہے تاکہ متعلقہ مقدار کی کمی بیشی فوراً نظر آ جائے۔ ایسے گراف کو خطی گراف کہتے ہیں۔

مثلاً مذکورہ جدول کی مدد سے زمیندار کی گندم کی پیداوار کا خطی گراف اِس طرح بنایا جائے گا۔

(خطی گراف)

زمیندار کی گندم کی پیداوار



نوٹ :

یہ بات یاد رہے کہ پیداوار کا گراف یہاں محض نقاط ف ، ق ، ل ،م ،ن اور و پر مشتمل ہے ۔ قطعاتِ خط ف ق وغیرہ گراف کا حصّہ نہیں ہیں ۔ وہ محض پیداوار کی سال بسال کمی بیشی کو زیادہ نمایاں طور پر ظاہر کرنے کے لیے کھینچے گئے ہیں ۔

اس قسم کا گراف جس میں نقاط پر مشتمل گراف کو قطعاتِ خط سے ملایا گیا ہو **خطی گراف** کہلاتا ہے ۔

خطی گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے :

(i) اُفقی محور پر کس چیز کی سکیل دی گئی ہے ؟ ...... سال

(ii) راسی محور پر کس چیز کی سکیل دی گئی ہے ؟ ...... گندم

(iii) اُفقی محور پر 2 چھوٹے خانوں کی لمبائی کتنے سالوں کو ظاہر کرتی ہے ؟

(iv) اُفقی محور پر سکیل کیا ہے ؟ دو چھوٹے خانوں کی لمبائی ظاہر کرتی ہے ۔

(v) راسی محور پر ایک چھوٹے خانے کی لمبائی کتنے میٹرک ٹن ظاہر کرتی ہے ؟

(vi) راسی محور پر سکیل کیا ہے ؟ ایک چھوٹے خانے کی لمبائی ظاہر کرتی ہے ۔

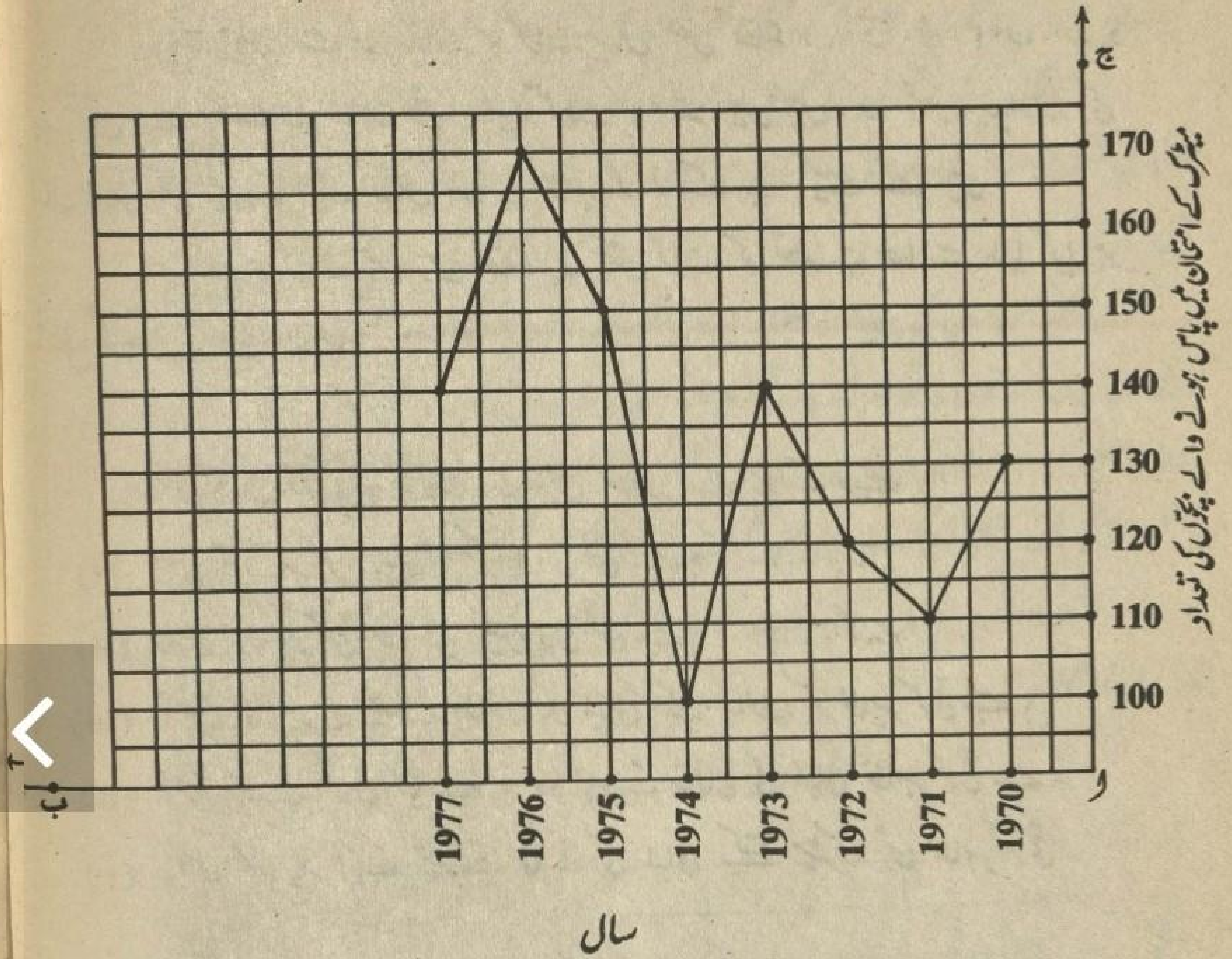
(vii) کن سالوں میں گندم کی پیداوار برابر رہی ؟

(viii) کس سال سب سے زیادہ گندم پیدا ہوئی ہے ؟

(ix) کس سال گندم کی پیداوار 10 میٹرک ٹن تھی ؟

(x) کس سال سب سے کم گندم پیدا ہوئی ؟

مثال 2 : خطی گراف کو غور سے دیکھیں اور نیچے دیے گئے سوالوں کے جواب دیں۔



1 — سب سے زیادہ بچّے کس سال پاس ہوئے ؟ " 1976 میں"

2 — سب سے کم بچے کس سال پاس ہوئے ؟ " 1974 میں"

3 — کون سے سالوں میں برابر تعداد میں بچّے پاس ہوئے ؟ " 1973 اور 1977 میں"

4 — 1972 میں کتنے بچّے پاس ہوئے ؟ " 120 "

5 — 1975 میں کتنے بچّے پاس ہوئے ؟ " 150 "

مشق 7.2

(1) مندرجہ ذیل معلومات کو تصویری گراف کی صورت میں ظاہر کریں۔

کچھ بچّے چڑیا گھر کی سیر کو گئے۔ اِن میں سے 10 بچّوں کو ہاتھی، 6 بچّوں کو سفید چوہے، 4 بچّوں کو طوطے اور 8 بچّوں کو مور پسند آئے۔

(2) ریاضی کے امتحان میں 30 لڑکوں نے فسٹ ڈویژن، 35 لڑکوں نے سیکنڈ ڈویژن، 15 لڑکوں نے تھرڈ ڈویژن لی اور 5 لڑکے فیل ہو گئے۔

(3) جونیئر ماڈل سکول میں پہلی کلاس میں داخلے کے وقت لڑکیوں کی پیدائش کے سرٹیفکیٹ دیکھے گئے تو معلوم ہوا کہ

(i) 9 لڑکیاں جنوری میں پیدا ہوئیں۔
(ii) 6 لڑکیاں فروری میں پیدا ہوئیں۔
(iii) 15 لڑکیاں مارچ میں پیدا ہوئیں۔
(iv) 12 لڑکیاں مئی میں پیدا ہوئیں۔
(v) 27 لڑکیاں جُون میں پیدا ہوئیں۔

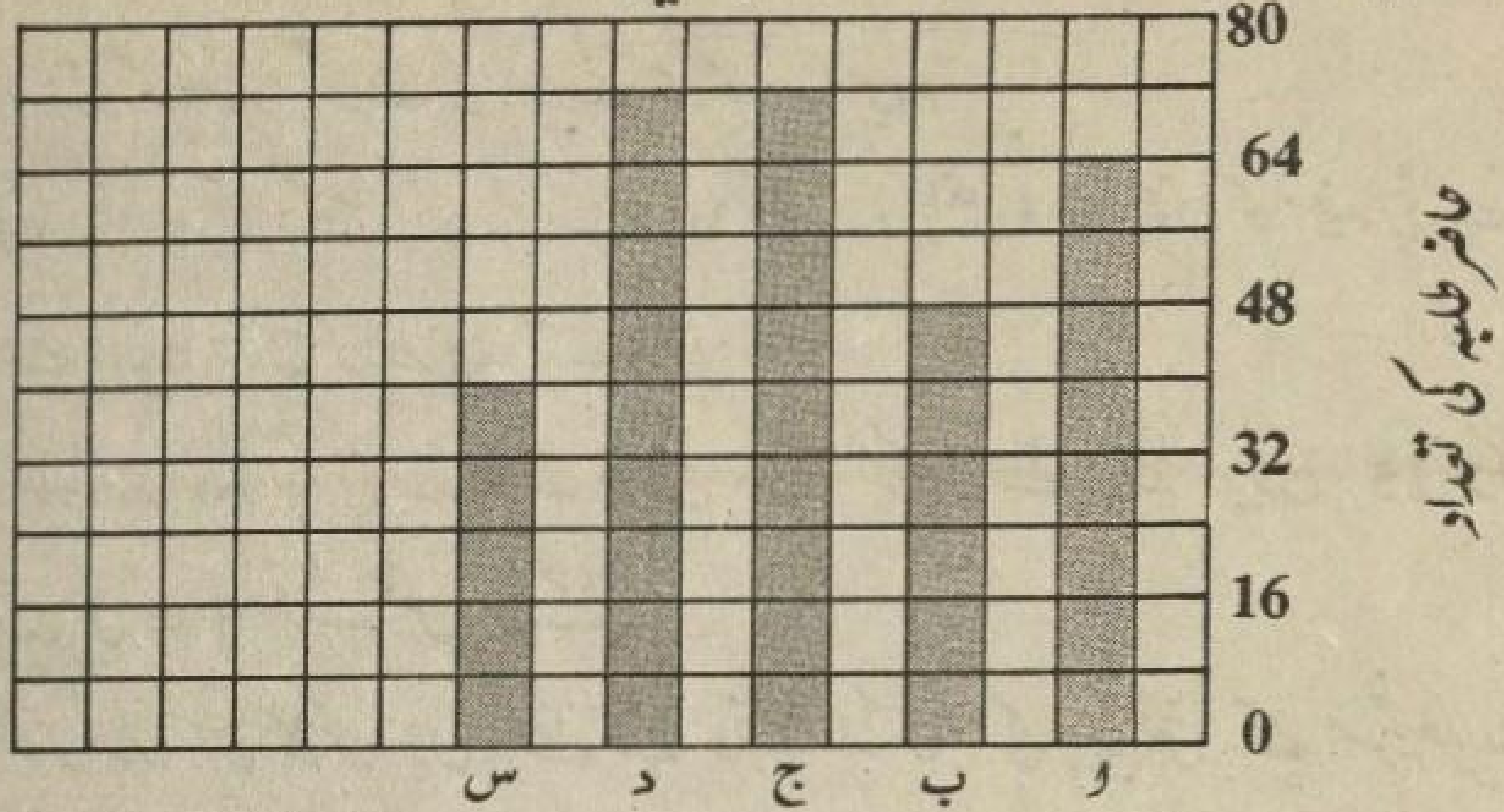
(4) ایک شہر کی سالانہ بارش کے اعداد و شمار مندرجہ ذیل ہیں۔ بارش کا بار گراف بنائیں۔ یہ بھی بتائیں کہ کون سے سالوں میں بارش برابر ہوئی۔

سال	1951	1952	1953	1954	1955	1956
بارش سالانہ (سینٹی میٹروں میں)	12	8	15	15	23	18

(5) چار شہروں کی چاول کی پیداوار مندرجہ ذیل ہے۔ بار گراف بنائیں۔ گراف پیپر پر ایک چھوٹا مربع 35 کوئنٹل کو ظاہر کرے۔

شہر کا نام	نسرین آباد	خالد آباد	نعیم آباد	سعید آباد
چاول (کوئنٹل میں)	350	455	245	560

(6) مندرجہ ذیل بار گراف میں دیے گئے اعداد و شمار کو تصویری گراف میں ظاہر کریں ، عنوان دیں اور ذیل کے سوالوں کے جواب دیں ۔



(i) فریق ج میں کتنے طلبہ حاضر تھے ؟ (ii) کون سے فریقوں میں حاضری برابر تھی ؟

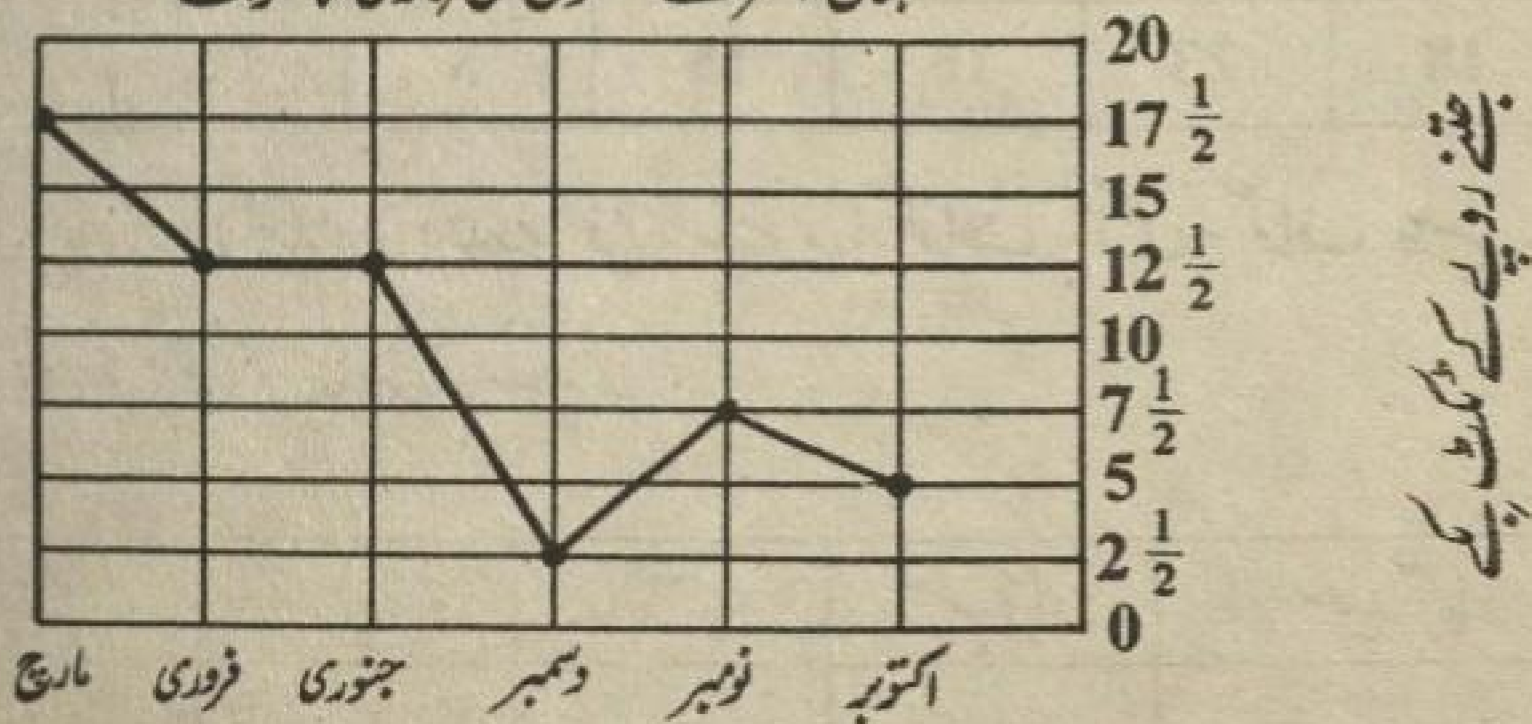
(iii) کون سے فریق میں سب سے کم حاضری تھی ؟

(7) احمد کے چھ سالوں کے قد کی لمبائی کا چارٹ مندرجہ ذیل ہے ۔ گراف بنائیں ۔

10	9	8	7	6	5	عمر (سالوں میں)
1.2	1.0	.8	.7	.6	.5	قد (میٹروں میں)

(8) مندرجہ ذیل گراف کو دیکھ کر نیچے دیے ہوئے سوالوں کے جواب دیں ۔

ہلال احمر کے ٹکٹوں کی بکری کا گراف



مارچ فروری جنوری دسمبر نومبر اکتوبر

مہینوں کے نام

(i) سب سے زیادہ رقم کے ٹکٹ کس مہینے میں بکے ؟

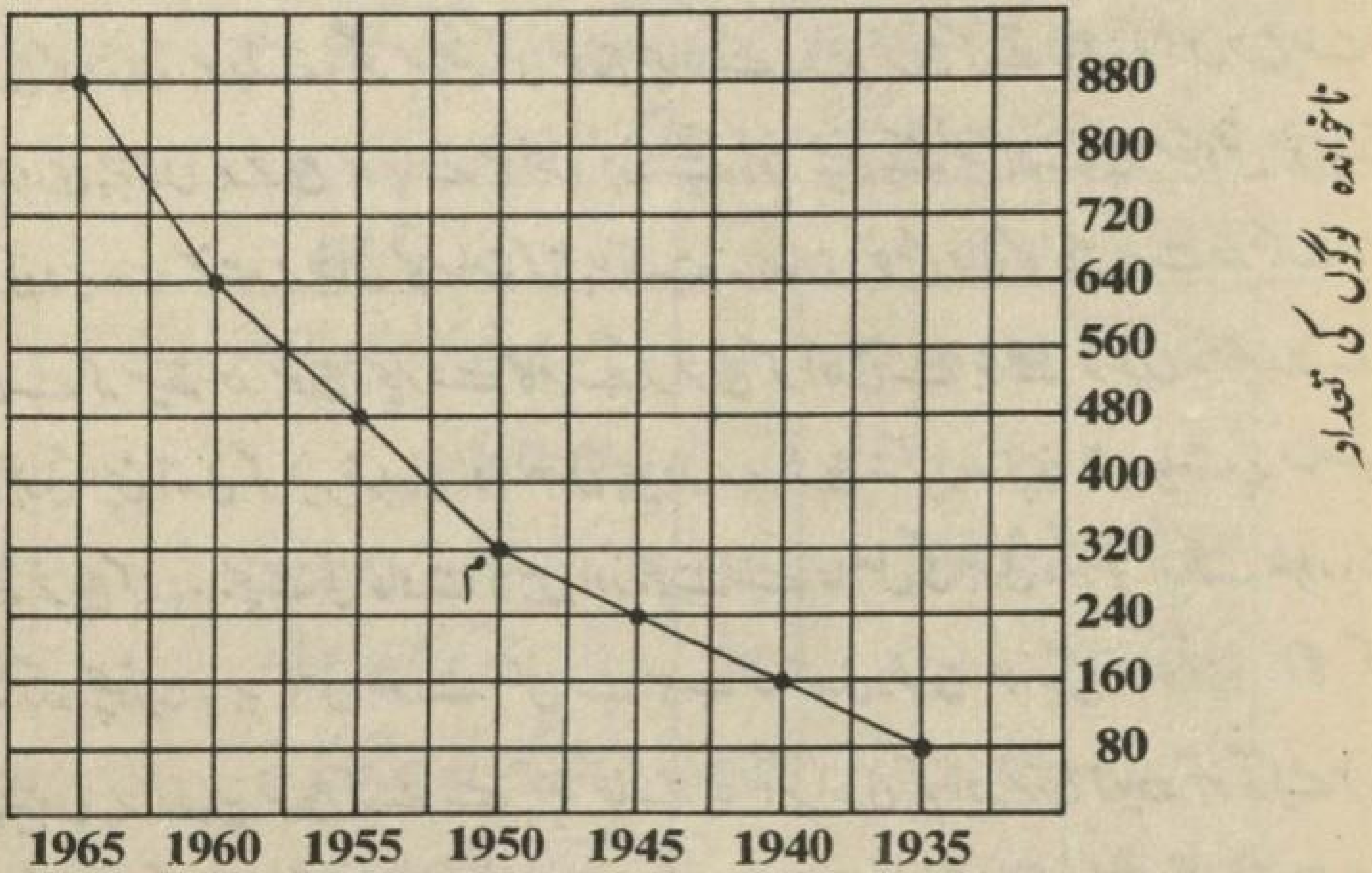
(ii) جنوری کے مہینے میں کُل کتنے روپوں کے ٹکٹ بکے ؟

(iii) سب سے کم رقم کے ٹکٹ کس مہینے میں بکے ؟

(iv) 10 روپے کے ٹکٹ کس کس مہینے میں بکے ؟

(9) مندرجہ ذیل خطی گراف کو دیکھ کر دیے ہوئے سوالوں کے جواب دیں۔

ناخواندگی کا گراف



(i) 1965 میں کتنے ناخواندہ لوگ تھے ؟

(ii) سب سے زیادہ ناخواندہ لوگوں کی تعداد کون سے سال میں تھی ؟

(iii) کیا ناخواندہ لوگوں کی تعداد بڑھتی جا رہی ہے ؟

(iv) نقطہ م کے عین سامنے کتنے ناخواندہ لوگوں کی تعداد دی ہوئی ہے ؟

(v) نقطہ م کے عین نیچے کون سا سال ہے ؟

(vi) راسی سکیل لکھیں۔

باب 8

حساب کتاب

دُنیا میں بہتر زندگی گزارنے کے لیے روپے کی ضرورت ہے اور روپیہ بڑی محنت سے کمایا جاتا ہے۔ ہم اپنی آمدنی کو روزمرّہ زندگی کی ضروریات پر خرچ کرتے ہیں۔ لہٰذا اپنی آمدنی کو خرچ کرتے وقت ہمیں سُوجھ بُوجھ سے کام لینا چاہیے۔ اپنی آمدنی وخرچ کا حساب اس طرح رکھنا چاہیے کہ ایک ہی نظر میں آمدنی وخرچ کا اندازہ ہوجائے۔ اگر ہم بغیر کسی سوچ بچار کے روپیہ خرچ کرتے رہیں تو اس طرح بہت سا روپیہ غیر ضروری چیزوں پر خرچ ہو جانے کا خطرہ ہوتا ہے اور مہینے کے ختم ہونے پر مقروض ہو جاتے ہیں۔ جس کی وجہ سے سخت پریشانی کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔ ہماری خوش حالی کا راز بہت حد تک اس بات میں ہے کہ سلیقہ اور سوچ بچار سے کام لے کر خرچ کو آمدنی سے بڑھنے نہ دیں۔ محنت سے حاصل کی ہوئی اپنی آمدنی کو غیر ضروری اور فضول چیزوں پر خرچ نہ کریں۔ اپنی ضروریات پر مناسب طریقہ سے خرچ کریں۔ بچّت کی عادت ڈالیں اور بچّت سے حاصل کی ہوئی رقم کو اچانک ضروریات کے لیے رکھ چھوڑیں۔ یہ اُسی صورت ممکن ہے جب کہ آمدنی وخرچ کا صحیح اندازہ لگا کر بے کار چیزوں پر روپیہ خرچ کرنے سے بچا جائے۔ اگر آمدنی کم اور خرچ زیادہ ہو تو ایسے طریقے سوچے جا سکتے ہیں کہ خرچ آمدنی سے بڑھنے نہ پائے اور ہماری بُنیادی ضروریات بھی نظر انداز نہ ہوں۔ اخراجات کو آمدنی کی حدود میں رکھ کر خوشی اور غمی کے موقعوں کے لیے کچھ نہ کچھ رقم بچائی جا سکتی ہے۔ موجودہ زمانے میں جبکہ اشیا کی قیمتیں آئے دن بڑھتی رہتی ہیں۔ یہ اور بھی زیادہ ضروری ہوگیا ہے کہ اپنے خرچ کو آمدنی سے کم رکھنے کے لیے آمدنی وخرچ کا باقاعدہ حساب رکھا جائے۔

بچّوں کا ذریعہ آمدنی عموماً ان کا جیب خرچ ہوتا ہے۔ اُنھیں چاہیے کہ وہ بھی اپنے جیب خرچ کا باقاعدہ حساب رکھیں تاکہ وہ جان سکیں کہ انھوں نے وہ رقم کہاں اور کیسے خرچ کی۔

اس طریقے سے وہ اچانک ضرورت پڑنے پر اپنی بچائی ہوئی رقم سے چھوٹی موٹی چیزیں خرید سکتے ہیں۔

عام طور پر حساب گوشواروں کی مدد سے رکھا جاتا ہے۔ گوشوارے کو دو حصّوں آمدنی اور خرچ میں تقسیم کر لیا جاتا ہے اور پھر اخراجات کی مختلف مدّوں کو علیحدہ کر کے اپنی سہولت اور سمجھ کے مطابق گوشواروں کے خانوں میں لکھ دیا جاتا ہے۔ روزمرّہ کا گوشوارہ بناتے ہوئے تاریخیں اُوپر سے نیچے اور خرچ کی تفصیل عموماً دائیں سے بائیں لکھی جاتی ہے۔ مہینے کے آخر میں حساب کو ختم کر کے اخراجات کو آمدنی میں سے تفریق کر کے بقایا اگلے مہینے کے صفحے پر لے جایا جاتا ہے۔ نمونے کے طور پر مندرجہ ذیل گوشوارہ درج کیا جاتا ہے۔

آمدنی				خرچ			
اپریل	1	سابقہ بقایا	6.50	اپریل	12	پاس ہونے کی خوشی میں دوستوں کو چاٹ کھلائی۔	3.00
	6	جیب خرچ	10.00		19	سکول فنڈ میں دیے۔	4.25
	7	دو پُرانی کتابیں بیچیں	2.05		22	ہلال احمر کو چندہ دیا۔	1.00
					24	چڑیا گھر کی سیر کی۔	1.25
	9	انعام ملا	5.00			کتابیں و کاپیاں خریدیں۔	7.40
					26	نشانہ بازی پر خرچ کیے۔	0.30
		کل آمدنی	23.55		28	سکول بنک میں جمع کروائے۔	0.50
		کل خرچ	20.50		29	دوست کو دیے۔	2.80
						کُل خرچ۔	20.50
		بقایا	3.05				
مئی	1	سابقہ بقایا	3.05				

مشق 8

(1) ایک سرکاری ملازم کی ماہوار تنخواہ 700 روپے ہے اس کا ماہ اپریل کا حساب کتاب دیا ہوا ہے اسے گوشوارہ کی صورت میں لکھیں۔

آمدنی : تنخواہ 700 روپے ، پرانے اخبار بیچے ، 10 روپے

خرچ : کرایہ مکان 150 روپے ، پانی کا بل 15 روپے ، بجلی کا بل 14.80 روپے ، آٹا 75 روپے ، گھی 56 روپے ، بچوں کا تعلیمی خرچ 50 روپے ، کپڑوں کا متفرق خرچ 40 روپے ، صابن تیل وغیرہ 50 روپے ، دُودھ 60 روپے ، چینی 39.20 روپے ، متفرق اخراجات 100 روپے اور ادویات کا خرچ 25 روپے۔

(2) ایک کاشت کار نے اپنے کھیتوں کی پیداوار سے 6000 روپے حاصل کیے اور تمام رقم بنک میں جمع کرا دی۔ ماہ ستمبر میں گھریلو اخراجات وغیرہ کے لیے 800 روپے بنک سے لیے ، 120 روپے کا دُودھ بیچا۔ اس کی اس ماہ کی یہی آمدنی تصوّر کرتے ہوئے اس کا گوشوارہ تیار کریں اور بچت یا خسارہ معلوم کریں۔

اخراجات : شہر سے برتن اور کپڑے خریدے اور 300 روپے خرچ کیے، 120 روپے مالیہ ادا کیا ، 28 روپے بچّوں نے میلے پر خرچ کیے ، 5 روپے چوکیدار کو دیے ، 200 روپے اپنے مزارع کو دیے ، 42 روپے کا گوشت خریدا ، 30 روپے کی کسّی خریدی ، 11 روپے کی دوائی بیلوں کو دی ۔

(3) ایک کارخانے کے مزدُور کی تنخواہ 375 روپے ماہوار ہے اور اسے سال میں دو دفعہ 75 روپے مہنگائی الاؤنس ملتا ہے اور سالانہ ایک تنخواہ کے برابر ایک بونس بھی ملتا ہے ۔ اس کے اخراجات مندرجہ ذیل ہیں :

ماہوار راشن 100 روپے ، روزانہ گوشت اور سبزی کا اوسط خرچ 4 روپے ،

ہر چھ ماہ کے بعد تمام افرادِ خانہ کے لیے کپڑوں کا خرچ 190 روپے اور 205 روپے

ہر سال بچّوں کی کتابوں وغیرہ کا خرچ 60 روپے

ہر تین ماہ کے بعد پانی کا خرچ 15 روپے

ہر ماہ ایندھن کا خرچ 31 روپے

ماہانہ کمیٹی 75 روپے

اس کی سالانہ آمدنی اور خرچ کا گوشوارہ بنا کر ماہانہ بچت یا خسارہ معلوم کریں۔ (سال = 365 دن)

(4) بیگم سلمان کا ماہ جون کا حساب آمد و خرچ ذیل میں درج ہے۔ اس کا گوشوارہ بنائیں۔ اور بچت یا خسارہ معلوم کریں۔

یکم تاریخ کو بیگم سلمان کے 20.60 روپے پچھلے ماہ کے بچے ہوئے تھے 750 روپے سلمان صاحب نے تنخواہ لا کر دی، 2 جون کو 175 روپے مکان کا کرایہ دیا 5 جون کو بچّوں کی فیس 20.25 روپے دی گئی۔ 8 جون کو اخبار کا بل 33.50 روپے ادا کیا، 8 جون کو 260 روپے کی چیزیں پرچون کی دکان سے خریدیں 16 جون کو بجلی کا بل 13.50 روپے ادا کیا، 21 جون کو گیس کا بل 12.85 روپے ادا کیا 28 جون کو 6.65 روپے مہمان داری پر خرچ کیے، 29 جون کو 20 روپے ریڈیو لائسنس کے دیے، 30 جون کو 21.25 روپے کا کپڑا خریدا۔ ایک شادی پر خرچ ہوئے : 207 روپے

(5) محمّد ارشد کی آمدنی و خرچ کا گوشوارہ تیار کر کے بچت یا خسارہ معلوم کریں۔ اس کی ماہ اپریل کی آمدنی اور خرچ نیچے دیا ہوا ہے۔

آمدنی پہلی تاریخ تنخواہ 600.00 روپے، 5 تاریخ مکان کا کرایہ 120.00 روپے

15 تاریخ خالد کا وظیفہ 50.00 روپے، 20 تاریخ دکان کا کرایہ 100.00 روپے

اخراجات

پہلی تاریخ آٹا چاول کپڑے 158.00 روپے، 3 تاریخ بچوں کے سکول کالج کے اخراجات
60.00 روپے، 5 تاریخ سلائی دُھلائی پر خرچ 35.00 روپے، 6 تاریخ ڈاکٹر اور
دوائیوں کا خرچ 130.00 روپے، 15 تاریخ سیر و تفریح 20.00 روپے، 20 تاریخ بجلی
اور گیس کا بل 40.50 روپے، 30 تاریخ دُودھ دہی گوشت کا خرچ 290.00 روپے۔"

(6) ایک آدمی نے سعودی عرب سے اڑھائی ہزار روپے اپنے گھر بھیجے۔ اس کی بیگم نے درج ذیل اخراجات کیے۔ اس کا گوشوارہ تیار کریں اور بچت یا خسارہ معلوم کریں۔

چائے کے برتن 80.00 روپے، بچے کی سالگرہ پر خرچ 200.00 روپے

کپڑوں کا خرچ 300.00 روپے، سلائی 100.00 روپے

سبزی گوشت 200.00 روپے، گھی 75.00 روپے

دودھ 150.00 روپے، چینی 30.00 روپے

بچوں کے تعلیمی اخراجات 400.00 روپے، ملازمہ کی تنخواہ 300.00 روپے

آٹا چاول 100.00 روپے، پانی، بجلی اور گیس 175.00 روپے

متفرق اخراجات 500.00 روپے

باب 9

طلسمی مربّعے، عددی نمونے اور معمّے

1 - طلسمی مربّعے :

مختلف ممالک میں طلسمی مربّعے بنانے کا رواج زمانہ قدیم سے چلا آرہا ہے. کہا جاتا ہے کہ معلوم تاریخ میں سب سے پہلا طلسمی مربّع☆ چین کے بادشاہ یوشو نے تقریبًا 1000 ق م میں ایجاد کیا تھا۔ بعض لوگ طلسمی مربّعوں کو تعویذ کے طور پر اِستعمال کرتے ہیں۔ ان کا کہنا ہے کہ حروف اور الفاظ کو اعداد کے ذریعے ظاہر کرکے طلسمی مربّعے تیار کیے جاتے ہیں اور اس طرح سے وہ روحانی طور پر اثر انداز ہوتے ہیں۔ اعداد جو خاص الفاظ کو ظاہر کرتے ہیں، کی تاثیر کے علاوہ تعویذ لکھنے والے کی روحانیت بھی موثر ہوتی ہے۔ مگر یہاں ہمیں اس امر سے بحث نہیں ہے کہ طلسمی مربّعوں کا کوئی روحانی فائدہ واقعی ہوتا ہے یا نہیں۔ ہم تو ان کا مطالعہ محض ریاضی کے نقطۂ نگاہ سے کرنا چاہتے ہیں۔ طلسمی مربعے بعض شعبوں میں خاصے مفید ثابت ہوتے ہیں۔ مثلاً زراعتی تحقیق، جوہری اور صنعتی تحقیق میں ان کے اِستعمال کو بہت مفید پایا گیا ہے۔

4	3	8
9	5	1
2	7	6

(1)

جدول نمبر (1) پر غور کریں۔ اس میں کتنی افقی سطریں ہیں؟ کتنے راسی کالم ہیں؟ ہر سطر میں درج شدہ اعداد کا مجموعہ کیا ہے؟ ہر وتر کے اعداد 8، 5، 2 اور 4، 5، 6 کا مجموعہ کیا ہے؟ جدول میں کُل کتنے اعداد درج ہیں؟

☆ یہاں مربّع کا لفظ ہندسی معنوں میں استعمال نہیں ہوا بلکہ اعداد کے ایسے جدول کے لیے استعمال ہوا ہے جس میں سطروں اور کالموں کی تعداد برابر ہو۔

اعداد کے اس طرح کے جدول کو طلسمی مربّع یا جادو کا مربّع کہتے ہیں۔
کسی طلسمی مربّع میں

(i) سطروں اور کالموں کی تعداد ایک ہی ہوتی ہے۔

(ii) ہر سطر ہر کالم اور ہر وتر میں درج شدہ اعداد کا مجموعہ ایک ہی ہوتا ہے۔
جس طلسمی مربّع میں سطروں یا کالموں کی تعداد تین ہو اسے تیسرے درجے کا طلسمی مربّع کہتے ہیں۔

اِسی طرح اگر طلسمی مربّع میں سطروں اور کالموں میں سے ہر ایک کی تعداد چار ہو تو اِسے چوتھے درجے کا طلسمی مربّع کہتے ہیں۔ وعلیٰ ہذا القیاس۔

اب جدول نمبر(2) پر غور کریں۔

12	9	24
27	15	3
6	21	18

(2)

کیا اس میں اتنی ہی سطریں ہیں جتنے کالم ؟ کیا اس میں سطروں، کالموں اور وتروں میں درج شدہ اعداد کے مجموعے برابر ہیں ؟ ہاں یہ بھی تیسرے درجے کا طلسمی مربّع ہے۔

کیا جدول نمبر(2) اور جدول نمبر(1) کے متناظرہ ارکان میں کوئی تعلق ہے ؟
ملاحظہ ہو کہ مربّع نمبر(2) کا ہر رُکن مربّع نمبر(1) کے متناظرہ رُکن کا تین گنا ہے۔

اب مربّع نمبر(3) پر غور کریں۔

8	7	12
13	9	5
6	11	10

(3)

کیا اس کے سطروں، کالموں اور وتروں کے اعداد کے مجموعے برابر ہیں ؟ (ہاں)۔ یہ مربّع بھی ایک تیسرے درجے کا طلسمی مربّع ہے۔ اس کے ارکان اور مربّع نمبر(1) کے ارکان میں کیا رشتہ ہے ؟ مربّع نمبر(1) کے ارکان میں سے ہر ایک میں 4 جمع کرنے سے مربّع نمبر(3) کے متناظرہ ارکان حاصل ہو جاتے ہیں۔

یاد رہے کہ اگر کسی دیے ہوئے طلسمی مربّع کے

اعداد کے اس طرح کے جدول کو طلسمی مربّع یا جادو کا مربّع کہتے ہیں۔

کسی طلسمی مربّع میں

(i) سطروں اور کالموں کی تعداد ایک ہی ہوتی ہے۔

(ii) ہر سطر ہر کالم اور ہر وتر میں درج شدہ اعداد کا مجموعہ ایک ہی ہوتا ہے۔

جس طلسمی مربّع میں سطروں یا کالموں کی تعداد تین ہو اسے تیسرے درجے کا طلسمی مربّع کہتے ہیں۔

اسی طرح اگر طلسمی مربّع میں سطروں اور کالموں میں سے ہر ایک کی تعداد چار ہو تو اسے چوتھے درجے کا طلسمی مربّع کہتے ہیں۔ وعلیٰ ہذا القیاس۔

اب جدول نمبر (2) پر غور کریں۔

12	9	24
27	15	3
6	21	18

(2)

کیا اس میں اتنی ہی سطریں ہیں جتنے کالم؟ کیا اس میں سطروں، کالموں اور وتروں میں درج شدہ اعداد کے مجموعے برابر ہیں؟ ہاں یہ بھی تیسرے درجے کا طلسمی مربّع ہے۔

کیا جدول نمبر (2) اور جدول نمبر (1) کے متناظرہ ارکان میں کوئی تعلّق ہے؟

ملاحظہ ہو کہ مربّع نمبر (2) کا ہر رکن مربّع نمبر (1) کے متناظرہ رُکن کا تین گنا ہے۔

اب مربّع نمبر (3) پر غور کریں۔

8	7	12
13	9	5
6	11	10

(3)

کیا اس کے سطروں، کالموں اور وتروں کے اعداد کے مجموعے برابر ہیں؟ (ہاں)۔ یہ مربّع بھی ایک تیسرے درجے کا طلسمی مربّع ہے۔ اس کے ارکان اور مربّع نمبر (1) کے ارکان میں کیا رشتہ ہے؟ مربّع نمبر (1) کے ارکان میں سے ہر ایک میں 4 جمع کرنے سے مربّع نمبر (3) کے متناظرہ ارکان حاصل ہو جاتے ہیں۔

یاد رہے کہ اگر کسی دیے ہوئے طلسمی مربّع کے

اعداد کے اس طرح کے جدول کو طلسمی مربّع یا جادو کا مربّع کہتے ہیں۔

کسی طلسمی مربّع میں

(i) سطروں اور کالموں کی تعداد ایک ہی ہوتی ہے۔

(ii) ہر سطر ہر کالم اور ہر وتر میں درج شدہ اعداد کا مجموعہ ایک ہی ہوتا ہے۔

جس طلسمی مربّع میں سطروں یا کالموں کی تعداد تین ہو اسے تیسرے درجے کا طلسمی مربّع کہتے ہیں۔

اسی طرح اگر طلسمی مربّع میں سطروں اور کالموں میں سے ہر ایک کی تعداد چار ہو تو اسے چوتھے درجے کا طلسمی مربّع کہتے ہیں۔ وعلیٰ ہذا القیاس۔

اب جدول نمبر (2) پر غور کریں۔

12	9	24
27	15	3
6	21	18

(2)

کیا اس میں اتنی ہی سطریں ہیں جتنے کالم؟ کیا اس میں سطروں، کالموں اور وتروں میں درج شدہ اعداد کے مجموعے برابر ہیں؟ ہاں یہ بھی تیسرے درجے کا طلسمی مربّع ہے۔

کیا جدول نمبر (2) اور جدول نمبر (1) کے متناظرہ ارکان میں کوئی تعلق ہے؟

ملاحظہ ہو کہ مربّع نمبر (2) کا ہر رکن مربّع نمبر (1) کے متناظرہ رکن کا تین گنا ہے۔

اب مربّع نمبر (3) پر غور کریں۔

8	7	12
13	9	5
6	11	10

(3)

کیا اس کے سطروں، کالموں اور وتروں کے اعداد کے مجموعے برابر ہیں؟ (ہاں)۔ یہ مربّع بھی ایک تیسرے درجے کا طلسمی مربّع ہے۔ اس کے ارکان اور مربّع نمبر (1) کے ارکان میں کیا رشتہ ہے؟ مربّع نمبر (1) کے ارکان میں سے ہر ایک میں 4 جمع کرنے سے مربّع نمبر (3) کے متناظرہ ارکان حاصل ہو جاتے ہیں۔

یاد رہے کہ اگر کسی دیے ہوئے طلسمی مربّع کے

(I) ہر رُکن میں ایک ہی عدد جمع کیا جائے۔

یا (II) ہر رُکن میں سے ایک ہی عدد تفریق کیا جائے۔

یا (III) ہر رُکن کو ایک ہی عدد سے ضرب دی جائے۔

یا (IV) ہر رُکن کو ایک ہی غیر صفر عدد پر تقسیم کیا جائے۔

تو حاصل ہونے والا مربّع بھی طلسمی مربّع ہوگا۔

مربّع نمبر (1) کے ارکان اعداد 1 تا 9 ہیں۔ یعنی اس کا سب سے چھوٹا رکن 1 ہے اور باقی ارکان اس سے بڑے ہیں۔ اِس قسم کے طلسمی مربّع کو **بنیادی طلسمی مربّع** کہتے ہیں۔ جو طلسمی مربّع کسی بنیادی طلسمی مربّع سے جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم کے عمل سے حاصل ہو اُسے **مشتق طِلسمی مربّع** کہتے ہیں۔

طلسمی مربّع (2) و (3) مشتق طلسمی مربّع ہیں۔

2 - طلسمی مربّع بنانا :

آپ کو یہ جان کر حیرانی ہوگی کہ طلسمی مربّع چند قواعد کی مدد سے بہت آسانی سے بنایا جا سکتا ہے۔ تمام طاق درجوں کے طلسمی مربّعے بنانے کا ایک قاعدہ ہے اور جفت درجوں کے طلسمی مربّعوں کے بنانے کے لیے بھی چند قواعد ہیں۔

طاق درجے کا طِلسمی مربّع بنانا : کسی طاق درجے کے بنیادی طلسمی مربّع کو بنانے کے لیے مندرجہ ذیل راہنما اصول اِستعمال ہوتے ہیں :

(1) مناسب تعداد کے خالی خانوں والا مربّع بنانے کے بعد عدد "1" دائیں طرف کے پہلے کالم کے درمیان والے خانے میں درج کیا جاتا ہے۔ (2) ایک رُکن کا مقام معلوم ہو تو اگلے رُکن کا مقام معلوم کرنے کے لیے دائیں طرف کے نچلے وتری رُخ میں حرکت کریں۔

(2) اگر اس رُخ میں اگلا خانہ خالی ہو تو اگلا عدد اِس میں درج کر دیں۔

(3) اگر اس خانے میں پہلے ہی سے کوئی عدد موجود ہو تو اگلا رُکن معلوم رُکن کے اُفقی جانب بائیں طرف والے خانے میں درج کریں۔

(4) اگر وتری رُخ مربع کے باہر دائیں طرف اشارہ کرے تو اگلا رُکن بائیں طرف سے پہلے کالم کے متناظرہ خانے میں درج کریں۔

(5) اگر وتری رُخ مربع کے باہر نچلی طرف اشارہ کرے تو اگلا رُکن اُوپر سے پہلی سطر کے متناظرہ خانے میں درج کریں۔

(6) اگر وتری رُخ مربع کی کسی سطر یا کالم کے سامنے نہ ہو تو اگلا رُکن معلوم رُکن کے (اُفقی جانب) بائیں طرف کے خانے میں درج کریں۔

(7) مندرجہ بالا اقدام کرتے جائیں۔ حتیٰ کہ تمام خانے پُر ہو جائیں۔ اس عمل کی وضاحت جدول نمبر (4) میں تیسرے درجے کا بنیادی طلسمی مربع بنا کر کی گئی ہے۔ مربع بنانے میں جو جو اصول اِستعمال ہوئے ہیں ان کی تفصیل ذیل میں درج کی گئی ہے۔

رُکن حاصل کرنے میں استعمال کیا ہوا اُصول

1 — اُصول نمبر (1)

2 — اُصول نمبر (4)

3 — اُصول نمبر (5)

4 — اُصول نمبر (3)

5 — اُصول نمبر (2)

6 — اُصول نمبر (2)

7 — اُصول نمبر (6)

8 — اُصول نمبر (5)

9 — اُصول نمبر (4)

4	3	8
9	5	1
2	7	6

(4)

جفت درجے کا بنیادی طِلسمی مربّع بنانا : جفت اعداد دو طرح کے ہوتے ہیں ۔

اکہرے جُفت اعداد : ایسے اعداد ہیں جو 2 پر تقسیم تو ہوتے ہیں مگر 4 پر تقسیم نہیں ہوتے۔ اکہرے جفت اعداد مندرجہ ذیل ہیں ۔

2 ، 6 ، 10 ، 14 ، 18 ، 22 ، .....

دوہرے جفت اعداد : ایسے اعداد ہیں جو 4 پر تقسیم ہوتے ہیں۔ دوہرے جفت اعداد کا سیٹ یہ ہے - {4 ، 8 ، 12 ، 16 ، 20 ، 24 ، ...}

اکہرے جفت درجے اور دوہرے جفت درجے کے طِلسمی مربع بنانے کے قواعد جُدا جُدا ہیں۔ یہاں ہم صرف چوتھے درجے کا بنیادی طلسمی مربع بنا کر دوہرے جفت درجے کے بنیادی طلسمی مربعے بنانے کے قاعدے کی وضاحت کرتے ہیں ۔

چوتھے درجے کا بنیادی طِلسمی مربّع

پہلے ہم اعداد 1 تا 16 کو مربع کی شکل میں اِن کی قدرتی ترتیب میں درج کرتے ہیں ، (جدول نمبر 5)

4	3	2	1
8	7	6	5
12	11	10	9
16	15	14	13

(5)

پھر ہم مربع کے وتروں پر واقع اس کے مرکز سے مساوی الفاصلہ ارکان کو باہم بدل دیتے ہیں یعنی (1 ، 16)، (6 ، 11)، (4 ، 13)، (7 ، 10) کو ایک دوسرے کی جگہ درج کرتے ہیں ۔ اِس طرح سے ہمیں مطلوبہ طلسمی مربع (جدول نمبر 6) حاصل ہو جاتا ہے ۔

13	3	2	16
8	10	11	5
12	6	7	9
1	15	14	4

(6)

3۔ عددی نمونے اور معمّے :

بعض اوقات ہمیں کسی سیٹ کے چند ارکان دیے ہوتے ہیں اور چند مزید ارکان معلوم کرنا ہوتے ہیں۔ معلوم ارکان کسی خاص ترتیب میں درج ہوتے ہیں۔ ہم ان پر غور کرنے سے نامعلوم ارکان کو معلوم کرنے کا اُصول معلوم کر لیتے ہیں۔

مثال 1 : سیٹ {1 ، 3 ، 9 ، 27 ، ......} کے 27 سے اگلے دو ارکان معلوم کیجیے

حل : ہم دیکھتے ہیں کہ سیٹ کا ہر رُکن (سوائے پہلے رُکن کے) اپنے سے دائیں طرف کے متصلہ رُکن کا تگنا ہے۔

پس اگلے دو ارکان $27 \times 3 = 81$ اور $81 \times 3 = 243$ ہیں۔

مثال 2 : سیٹ کا دُوسرا اور چھٹا رُکن معلوم کیجیے۔ {1 ، □ ، 9 ، 16 ، 25 ، □ ، ...}

حل : اعداد 1 ، 9 ، 16 ، 25 بالترتیب 1 ، 3 ، 4 ، 5 کے مربّعے★ ہیں۔

پس سیٹ کا دوسرا رُکن $= 2 \times 2 = 4$ اور چھٹا رُکن $= 6 \times 6 = 36$

مشق 9

1 ۔ پانچویں درجے کا بنیادی طلسمی مربّع بنائیے۔

طلسمی مربّعوں کے نامعلوم ارکان معلوم کیجیے۔

2 ۔

6	5	10
11		
	9	

3 ۔

0	1-	4
	1	
2-	3	

4 ۔

16		32
	20	
8		

5 ۔

2		4
	$2\frac{1}{2}$	
1		

★ 2×2 کو 2 کا مربّع کہا جاتا ہے اور اسے 2^2 لکھا جاتا ہے۔ اس طرح $3 \times 3 = 3^2$

6 – ایک چار درجی طلسمی مربع بنائیے جس کے ارکان اسی درجہ کے بنیادی طلسمی مربع کے ارکان سے تگنے ہوں۔

7 – ایک پانچ درجی طلسمی مربع بنائیے جس کے ارکان اسی درجہ کے بنیادی مربع کے ارکان سے نصف ہوں۔

ذیل میں سیٹوں کے کچھ ارکان دیے ہوئے ہیں۔ ان کی دی ہوئی ترتیب کو جاری رکھتے ہوئے دو دو مزید ارکان معلوم کیجیے۔

8 – $\{1, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{4}, 5, \frac{1}{6}, \dots\}$ 9 – $\{1, 4, 16, 64, \dots\}$

10 – $\{1, 4, 7, 10, \dots\dots\}$ 11 – $\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots\}$

12 – نیچے دیے ہوئے نمونے کے اگلے دو رُکن معلوم کیجیے۔

1	3	6	10

پہلے رُکن کے بعد کے ارکان کس طرح معلوم ہوتے ہیں۔ اس نمونے کا ساتواں رُکن کون سا عدد ہوگا؟ اُسے نقاط کی مثلث کے طور پر لکھیے۔

13 – نیچے کے نمونے پر غور کریں۔ اس کو مدِنظر رکھتے ہوئے پہلے (i) سات قدرتی اعداد (ii) بارہ قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔

$$\begin{array}{c} 1, 2, 3, 4, 5 \\ 5, 4, 3, 2, 1 \\ \hline 6, 6, 6, 6, 6 \end{array}$$

پہلے پانچ قدرتی اعداد کا مجموعہ $= (5 \times 6) \div 2$

$= 15$

باب 10

خطوط، شعاعیں، زاویے، مستوی

پچھلی جماعتوں میں آپ ہندسی اشکال سے متعلق ابتدائی معلومات حاصل کر چکے ہیں۔ اب آپ ان کی بابت کچھ اور باتیں سیکھیں گے۔

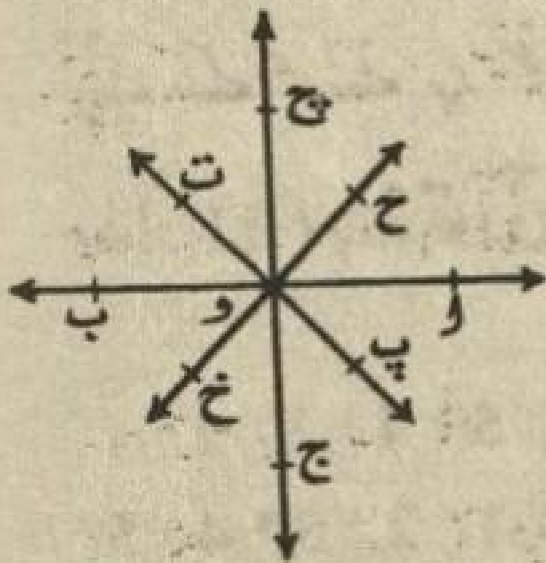
1 — خطوط :

آپ جانتے ہیں کہ خطِ مستقیم (مختصراً خط) ایسی لمبی سیدھی لکیر کو کہتے ہیں جس کا کوئی آخری نقطہ یا سرا نہیں ہوتا۔ دیگر ہندسی اشکال کی طرح خط بھی نقاط کا ایک سیٹ ہوتا ہے۔ خط کو اس کے کوئی سے دو نقاط کے ناموں سے پکارا جا سکتا ہے۔



(1)

شکل نمبر (1) میں ایک خط ا ب دکھایا گیا ہے۔ اسے خط ب ا بھی کہہ سکتے ہیں۔



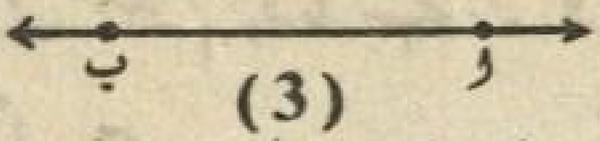
(2)

شکل نمبر (2) میں خطوط ا ب، پ ت، ج چ، ح خ دکھائے گئے ہیں۔ یہ تمام کے تمام ایک نقطہ و میں سے گزرتے ہیں۔

کیا آپ اور خطوط کھینچ سکتے ہیں جو نقطہ و میں سے گزرتے ہوں؟

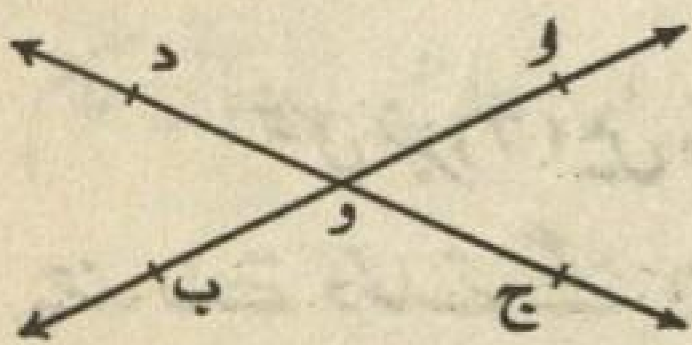
ہاں ہم جتنے خطوط چاہیں کھینچ سکتے ہیں۔ پس کسی ایک نقطہ میں سے بے شمار خطوط گزرتے ہیں۔

اپنی کاپی کے صفحہ پر دو نقاط اب لیں۔



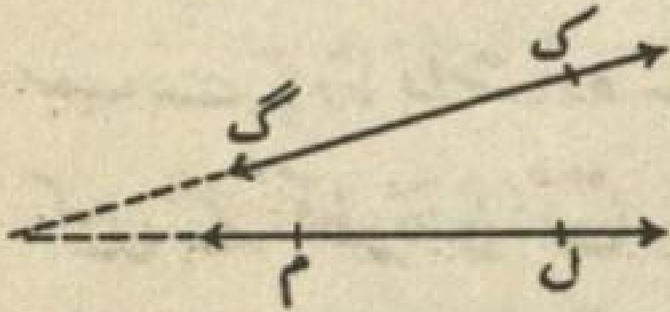
مسطر کی مدد سے ان دونوں میں سے گزرتا ہوا خط کھینچیں۔ کیا آپ ایک اور خط بھی کھینچ سکتے ہیں۔ جو دونوں نقاط اب میں سے گزرے ؟ نہیں۔ ایسا ممکن نہیں۔ اِس سے معلوم ہوا کہ **دو نقاط میں سے صرف ایک ہی خط گزرتا ہے۔**

شکل نمبر (4) میں دو خطوط اب، ج د دکھائے گئے ہیں۔ نقطہ و ان دونوں پر واقع ہے۔ ایسے خطوط جن میں کوئی نقطہ مشترک ہو "**متقاطع خطوط**" کہلاتے ہیں۔ پس خطوط اب، ج د متقاطع خطوط ہیں اور نقطہ و ان کا "**مشترک نقطہ**" یا "**نقطہ تقاطع**" ہے۔

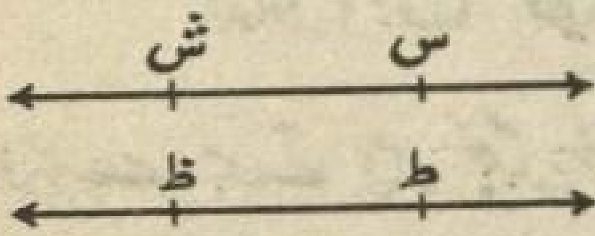


(4)

شکل نمبر (5) میں دو خطوط ک گ، ل م دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں بظاہر کوئی ایسا نقطہ نہیں ہے جو اِن میں مشترک ہو لیکن خط چونکہ غیر متناہی ہوتا ہے۔ لہٰذا اِن خطوط کے نقوش* یقیناً ایک دوسرے کو کسی نقطہ میں قطع کریں گے۔ پس یہ خطوط بھی متقاطع خطوط ہیں۔ اگرچہ ان کا نقطہ تقاطع دکھایا نہیں گیا ہے۔



(5)



(6)

شکل نمبر (6) میں دو خطوط س ش، ط ظ دکھائے گئے ہیں۔ ان میں کوئی نقطہ مشترک نہیں ہے۔ ایسے خطوط کو "**متوازی خطوط**" کہتے ہیں۔ متوازی خطوط کا مزید ذکر ہم بعد میں کریں گے۔

اشکال نمبر (4)، (5) اور (6) پر غور کرنے سے اور اسی قسم کی مزید اشکال بنانے

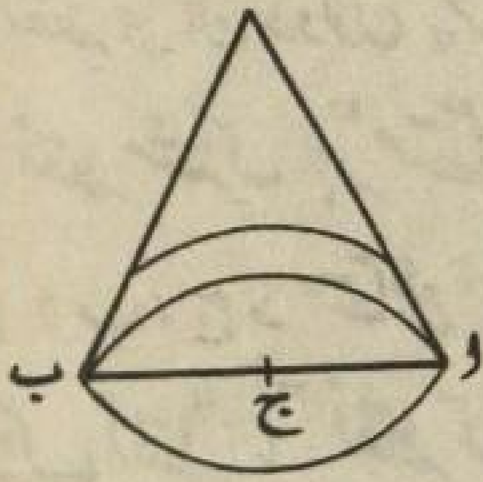
---

* نقوش جمع نقش کی ہے۔ نقاط کے کسی سیٹ کو ظاہر کرنے والی شکل کو سیٹ کا نقش کہتے ہیں۔

سے ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ دو خطوط میں زیادہ سے زیادہ ایک ہی نقطہ مشترک ہو سکتا ہے۔

یعنی دو خطوط یا تو ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے یا اگر قطع کریں تو ان میں صرف ایک نقطہ مشترک ہوتا ہے۔

2 - قطعۂ خط :



(7)

شکل نمبر (7) میں دو نقاط ا، ب کو ملاتے ہوئے چند راستے دکھائے گئے ہیں۔

کیا یہ تمام راستے لمبائی میں برابر ہیں؟ (نہیں)

ان میں سے سب سے چھوٹا راستہ کون سا ہے؟

سب سے چھوٹا راستہ وہ ہے جس پر نقطہ ج دکھایا گیا ہے۔ اسے ہم قطعۂ خط اب کہیں گے "**قطعۂ خط نقاط کا ایسا سیٹ ہوتا ہے جو دو نقاط کے درمیان چھوٹے سے چھوٹا راستہ ہوتا ہے۔**"

نقاط ا، ب قطعۂ خط اب کے سرے کہلاتے ہیں۔ یاد رہے کہ ہر قطعۂ خط کے دو سرے ہوتے ہیں جبکہ خط کا کوئی سرا نہیں ہوتا۔ یہ بھی یاد رہے کہ ہر قطعۂ خط کے سرے اس میں شامل ہوتے ہیں۔

قطعۂ خط اب کو قطعۂ خط با بھی کہہ سکتے ہیں۔

کاغذ کے چورس تختہ کے کنارے، کمرے کے فرش یا چھت کے کنارے قطعاتِ خط کے نمونے ہیں۔

3 - شعاع :



شکل نمبر (8) میں کیا دکھایا گیا ہے؟ (ایک شعاع)

(8)

اِسے کس طرح پکاریں گے ؟ (شعاع ا ب)

کیا اسے شعاع ب ا بھی کہہ سکتے ہیں ؟ (نہیں)

اس کے کتنے سرے ہیں ؟ کون سے ؟ (صرف ایک سرا، ا)

کیا اس پر نقطہ ا سے دائیں طرف کوئی نقطہ واقع ہے ؟ (نہیں)

کیا اس پر نقطہ ب کے بائیں طرف اور دائیں طرف نقاط واقع ہیں ؟ کتنے ؟ (ہاں ، بے شمار)

"شعاع کا سرا اس پر واقع ایسا نقطہ ہوتا ہے کہ شعاع کے باقی تمام نقاط اس کے ایک ہی طرف واقع ہوتے ہیں۔"

شکل نمبر(9) میں ذیل میں سے کون سی شعاعیں شامل ہیں ؟ شعاع ا ب ، شعاع ا ج ، شعاع ب ا ، شعاع ج ا۔



(9)

نوٹ کریں کہ شعاع ب ا اور شعاع ب ج ایک ہی شعاع کے نام ہیں جن کا سرا "ب" ہے۔

اسی طرح شعاع ج ا اور شعاع ج ب ایک ہی شعاع کے نام ہیں جن کا سرا ج ہے۔

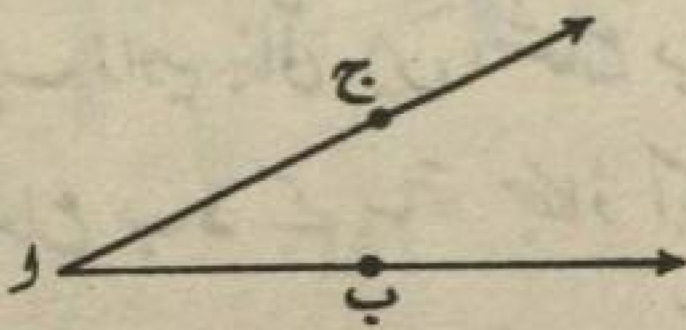
4- زاویہ :

شکل نمبر(10) میں کتنی شعاعیں دِکھائی گئی ہیں ؟ کون کون سی ؟ (دو شعاعیں ، شعاع ا ب اور شعاع ا ج)

کیا یہ ایک ہی خط پر واقع ہیں ؟ (نہیں. یہ غیر ہم خط ہیں)

کیا ان کا سرا مشترک ہے ؟ (ہاں)

وہ کون سا ہے ؟ (نقطہ ا)



(10)

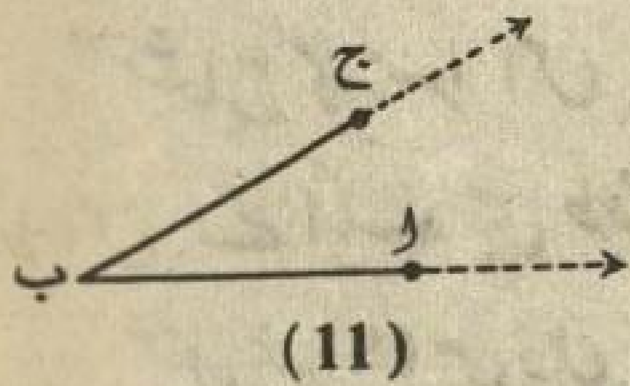
اس شکل کو کیا کہیں گے ؟ (زاویہ)

اِسے کس طرح پکاریں گے ؟ (زاویہ ب ا ج یا زاویہ ج ا ب ، یا زاویہ ا) کیا اِسے " زاویہ ا ج ب بھی کہ سکتے ہیں ؟ (نہیں۔ اس زاویہ کے نام میں ا درمیان میں ہونا چاہیے)

شکل نمبر(10) میں دکھائے گئے زاویے کا راس کیا ہے ؟ (نقطہ ا)

اس کے بازو یا طرفین کون سے ہیں ؟ (شعاع ا ب اور شعاع ا ج)

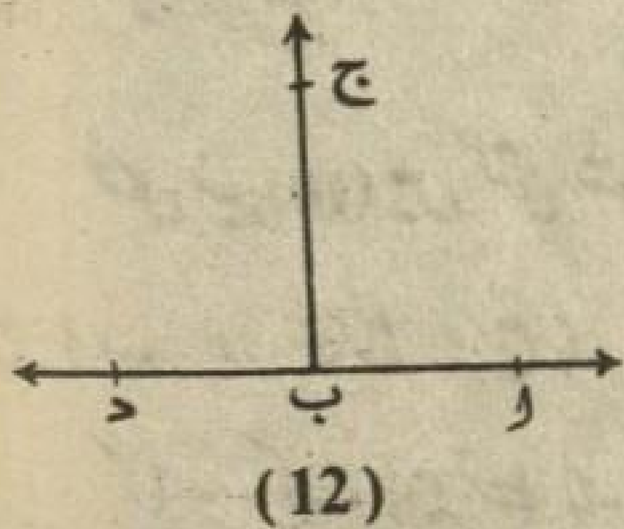
" زاویہ نقاط کا ایسا سیٹ ہوتا ہے جو دو ہم سِرا غیر ہم خط شعاعوں پر مشتمل ہوتا ہے "



(11)

شکل نمبر(11) میں دو قطعاتِ خط ا ب ، ب ج دکھائے گئے ہیں۔ یہ قطعات غیر ہم خط ہیں اور ان کا ایک سِرا نقطہ ب مشترک ہے یہ شکل زاویہ تو نہیں ہے مگر قطعۂ خط ب ا ایک شعاع پر واقع ہے اور قطعۂ خط ج ب بھی ایک شعاع پر واقع ہے۔ یہ شعاعیں ب ا اور ب ج ہیں جو ہم سِرا اور غیر ہم خط ہوں گی اور اس لیے وہ زاویہ بنائیں گی۔ ایسی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ قطعاتِ خط ب ا اور ب ج **ایک زاویے کا تعین کرتے ہیں**۔ اس زاویہ کو بھی زاویہ ا ب ج ، زاویہ ج ب ا یا محض زاویہ ب کہیں گے۔

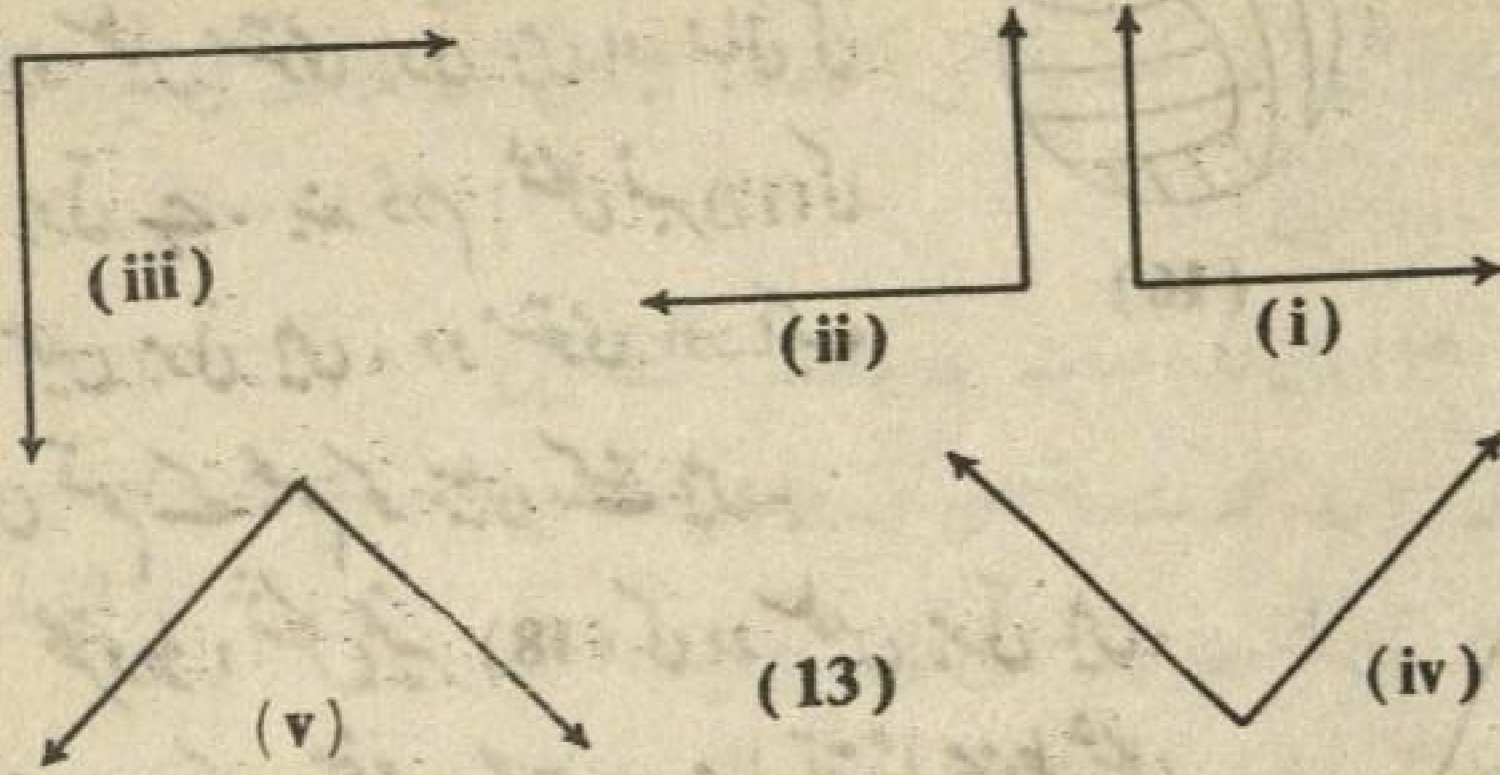
5 – قائمہ زاویہ :



(12)

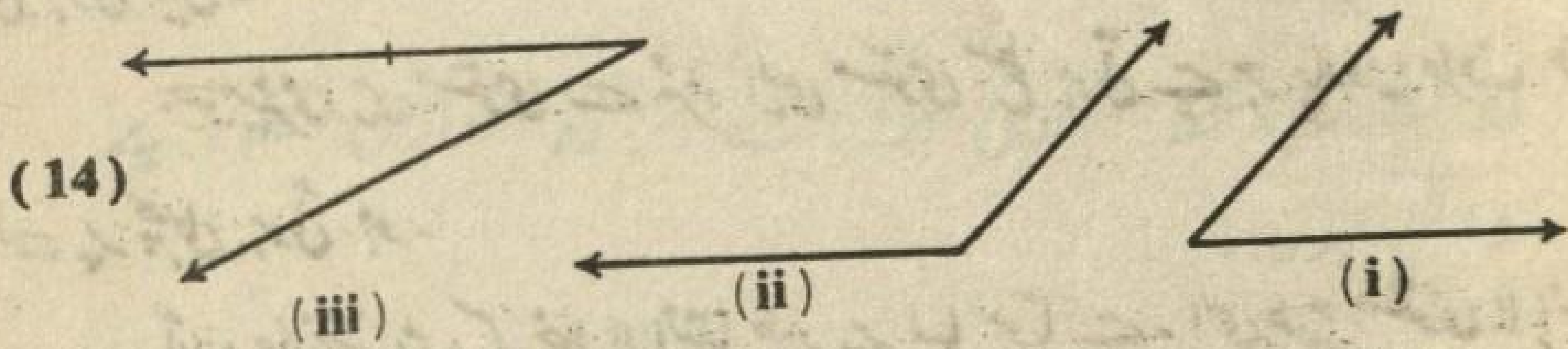
شکل نمبر(12) میں شعاع ب ا اور شعاع ب ج ایک زاویہ بناتی ہیں ۔ اسی طرح شعاع ب د اور شعاع ب ج بھی ایک زاویہ بناتی ہیں ، شعاع ب ج خط ا د پر سیدھی کھڑی ہے یعنی اس کا شعاع ب ا اور شعاع ب د کے ساتھ جھکاؤ ایک جیسا ہے ۔ زاویہ ا ب ج اور زاویہ د ب ج خاص قسم کے زاویے ہیں ۔ ان میں ہر ایک " قائمہ زاویہ " ہے ۔

نیچے چند ایک اور قائمہ زاویے دیے گئے ہیں۔



(13)

مگر ذیل کے زاویے قائمے نہیں ہیں۔



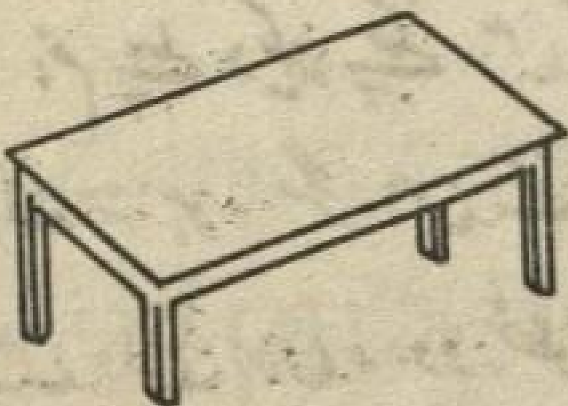
(14)

روز مرہ زندگی میں ہم اکثر قائمہ زاویوں کا مشاہدہ کرتے ہیں۔ مثلاً کمرے کے فرش، چھت یا دیواروں کے متصلہ کناروں سے متعین ہونے والے زاویے۔ کتاب کے متصلہ کناروں سے متعین ہونے والے زاویے۔

6- مستوی کا تصوّر :

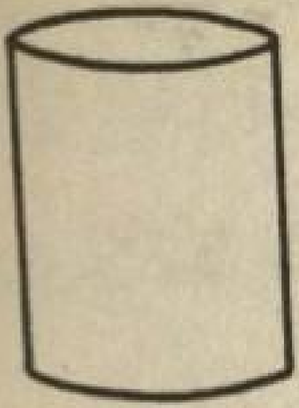
ٹھوس اشیا جن سطحوں سے گھری ہوتی ہیں وہ دو طرح کی ہوتی ہیں۔

مستوی سطح (سیدھی سطح) جیسے میز یا تپائی کے اُوپر کی سطح (شکل نمبر 15)



(15)

منحنی سطح : (مُڑی ہوئی یا ٹیڑھی سطح) جیسے فُٹ بال کی سطح دیکھیے شکل نمبر (16)

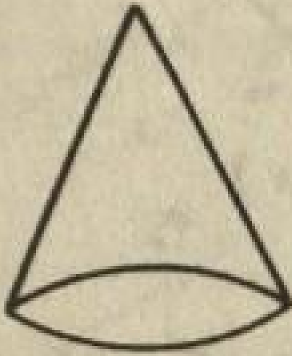


(17)



(16)

بن تراشی پنسل کی تین سطحیں ہوتی ہیں سروں کی دو سطحیں مستوی ہوتی ہیں اور لمبائی کی سطح منحنی ہوتی ہے۔ بند ڈرم (شکل نمبر (17) کی بھی تین سطحیں ہوتی ہیں۔ دو مستوی اور ایک منحنی۔ اس قسم کے مجسم کو بیلن کہتے ہیں۔



(18)

مخروط : شکل نمبر (18) کی دو سطحیں ہوتی ہیں۔ ایک مستوی اور ایک منحنی۔ گاجر اور مولی تقریباً مخروطی شکل کی ہوتی ہیں۔

جیومیٹری میں مستوی سے مُراد ایسی مستوی سطح ہوتی ہے جو چاروں طرف غیر متناہی طور پر پھیلی ہوئی ہو۔

آپ جانتے ہیں کہ خط لا اِنتہا طور پر لمبا ہوتا ہے۔ اسی طرح مستوی لا اِنتہا طور پہ لمبی اور چوڑی ہوتی ہے۔

مستوی کی پہچان یہ ہے کہ اگر اس پر واقع کوئی سے دو نقاط لیے جائیں تو ان میں سے گزرنے والا خط تمام کا تمام اس پر واقع ہوگا۔

7 متوازی خطوط :

ہم پہلے دیکھ چکے ہیں کہ متوازی خطوط دو ایسے خطوط ہوتے ہیں جن میں کوئی نقطہ مشترک نہ ہو۔ مگر اس کے ساتھ یہ بھی ضروری ہے کہ وہ دونوں خط ایک ہی مستوی میں واقع ہوں۔ دو خطوط جو ایک ہی مستوی میں واقع نہ ہوں، متوازی نہیں ہوں گے اور نہ ہی وہ ایک دوسرے کو قطع کریں گے۔ مثلاً اگر ایک خط اُفقی اور دُوسرا خط راسی ہو اور وہ ایک مستوی میں واقع نہ ہوں تو وہ متوازی نہیں ہوں گے،

اور نہ ہی اِن میں کوئی نقطہ مشترک ہو گا ۔

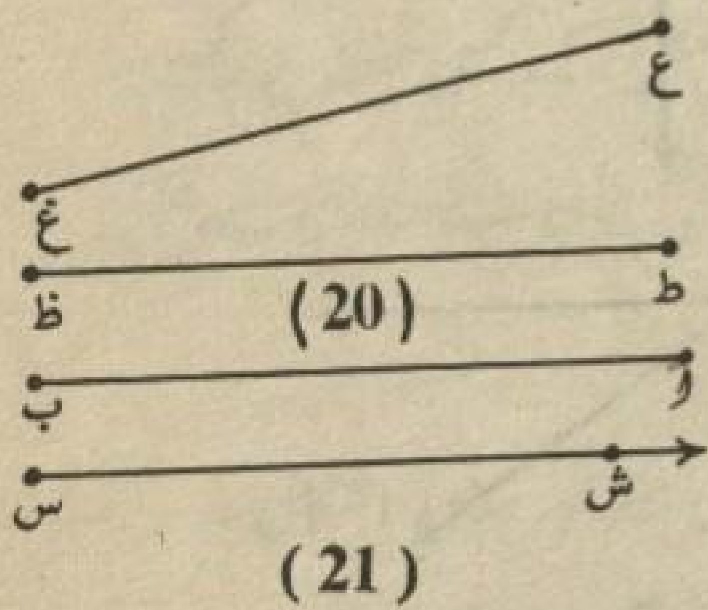
کمرے کے فرش کے ایک (اُفقی) کنارے اور اس کے سامنے کی دیوار کے ایک راسی کنارے کا مشاہدہ کریں ؟

شکل نمبر(19) میں دو قطعاتِ خط دکھائے گئے ہیں یہ ایک ہی مستوی (اس صفحہ سے متعین ہونے والی مستوی) میں واقع ہیں ۔ یہ جن خطوط پر واقع ہیں وہ ایک دوسرے کو قطع نہیں کریں گے۔ یعنی وہ متوازی ہوں گے ۔ ایسی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ یہ قطعاتِ خط متوازی ہیں۔

ب ـ ـ ـ ـ د
د ـ ـ ـ ـ ج

(19)

دو قطعاتِ خط متوازی ہوں گے اگر وہ متوازی خطوط پر واقع ہوں۔



(20)

(21)

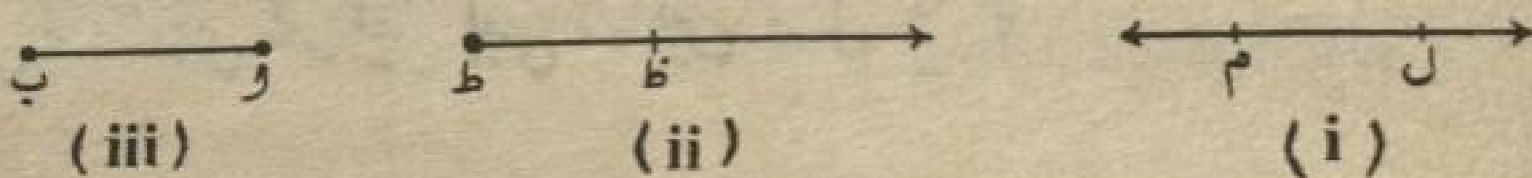
کیا شکل نمبر(20) میں دکھائے گئے قطعاتِ خط متوازی ہیں ؟ (نہیں) کیوں ؟

کیا شکل نمبر(21) میں دکھایا گیا قطعۂ خط اور شعاع متوازی ہے ؟ (ہاں) کیوں ؟

مشق 10.1

1 ۔ کتنے سرے ہوتے ہیں (i) قطعۂ خط کے (ii) شعاع کے (iii) خط کے ؟

2 ۔ مندرجہ ذیل اشکال میں دیے ہوئے (i) خط (ii) شعاع (iii) قطعۂ خط میں سے ہر ایک کو جتنے ممکن ناموں سے پکارا جا سکتا ہے ۔ تحریر کریں ۔



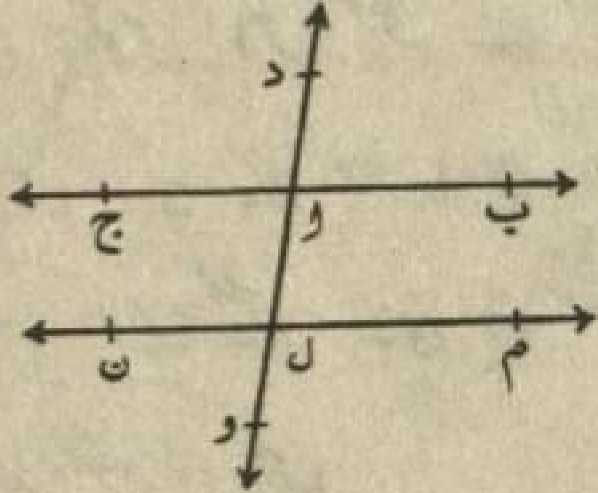
(iii) (ii) (i)

3 – کتنے خط ، قطعاتِ خط ، شعاعیں گزر سکتی ہیں ؟

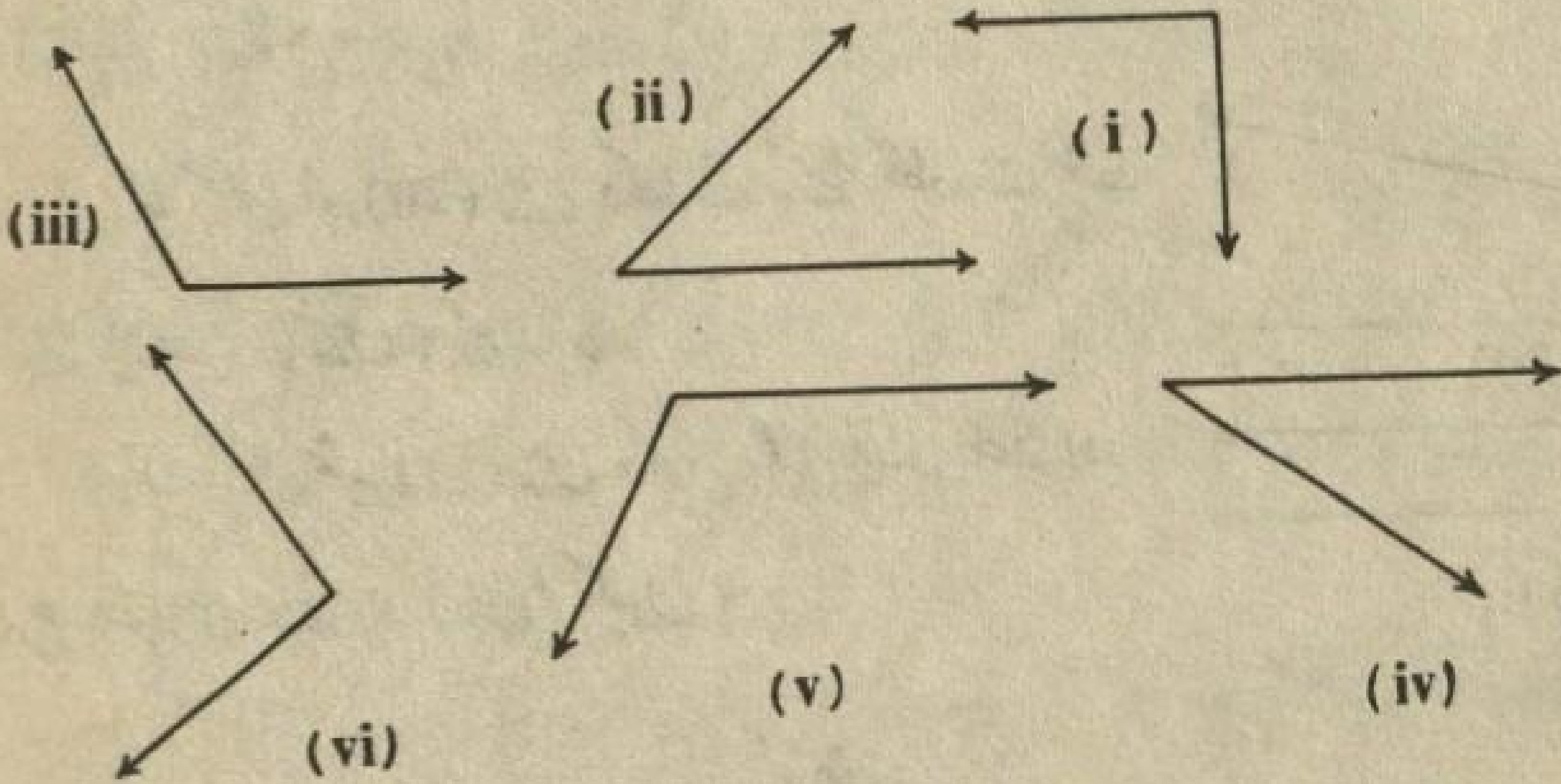
(i) ایک نقطہ میں سے (ii) دو نقاط میں سے

4 – زاویہ کسے کہتے ہیں ؟

5 – ذیل کی شکل میں جو زاویے دکھائے گئے ہیں ان کے نام لکھیں۔ ہر ایک کے راس اور بازوؤں کے نام بھی تحریر کریں۔



6 – اپنی کتاب کا ایک کونہ اور اس میں سے گزرنے والے دو کناروں کو استعمال کر کے معلوم کریں کہ مندرجہ ذیل زاویوں میں سے کون سے قائمہ ہیں اور کون سے غیر قائمہ ؟

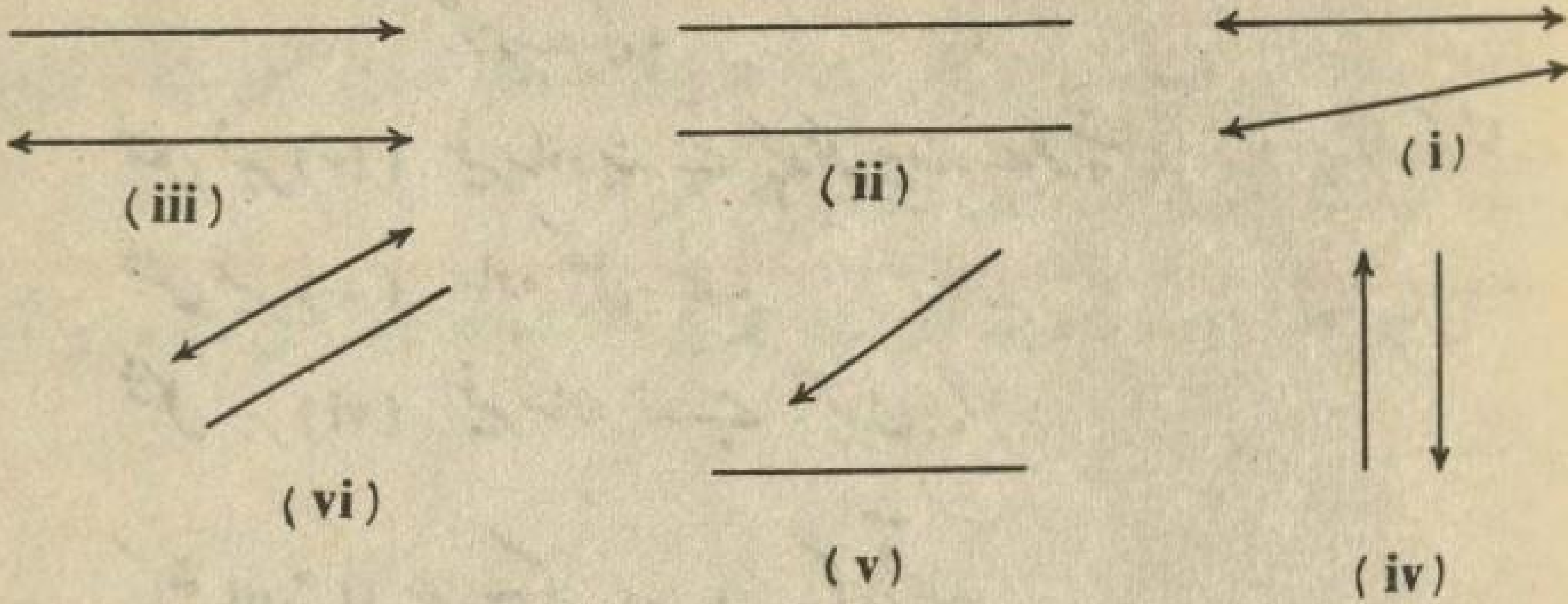


7 – مستوی سطح اور منحنی سطح کی چند مثالیں دیں۔

8 – جیومیٹری میں مستوی سے کیا مُراد ہوتی ہے ؟ مستوی کی پہچان کیا ہے ؟

9 – متوازی خطوط کیسے خطوط ہوتے ہیں ؟ متوازی قطعاتِ خط کیسے قطعات خط ہوتے ہیں ؟ متوازی شعاعیں کیسی شعاعیں ہوتی ہیں ؟

10 - ہندسی اشکال کے مندرجہ ذیل جوڑوں میں سے کون سے متوازی ہیں اور کون کون سے غیر متوازی ؟

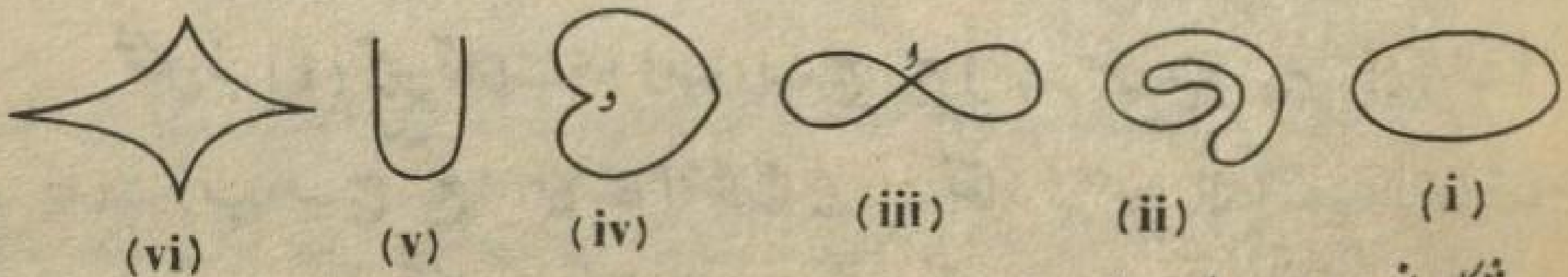


8 - بند اور کُھلی اشکال ، سادہ اور غیر سادہ اشکال :

آپ پچھلی جماعتوں میں بند اور کُھلی اشکال کے متعلق پڑھ چُکے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ بند شکل جہاں سے شروع ہوتی ہے وہیں آکر ختم ہوتی ہے۔ جبکہ کُھلی شکل کے شروع اور آخر کے نقاط مختلف ہوتے ہیں۔ اگر پنسل کی نوک کو بند شکل کے کسی نقطہ پر رکھیں اور اسے شکل کے اُوپر کھسکاتے جائیں تو نوک آخر میں وہیں پہنچ جاتی ہے جہاں سے چلی تھی۔ کُھلی شکل میں ایسا ممکن نہیں۔

ایک اور لحاظ سے اشکال کی دو قسمیں ہیں۔ سادہ اشکال اور غیر سادہ اشکال۔

اگر پنسل کی نوک شکل کے ہر نقطہ میں سے صرف ایک دفعہ گزرے تو وہ شکل سادہ شکل کہلاتی ہے۔ اگر پنسل کی نوک شکل کے کسی نقطہ میں سے دو مرتبہ گزرے یا روک کر واپس موڑنی پڑے تو وہ شکل غیر سادہ شکل کہلاتی ہے۔



شکل نمبر (i) سادہ بند ہے۔

شکل نمبر (ii) سادہ بند ہے۔

شکل نمبر (iii) غیر سادہ بند ہے کیونکہ یہ بند تو ہے مگر نقطہ ا پر سے پنسل دو مرتبہ گزرے گی۔

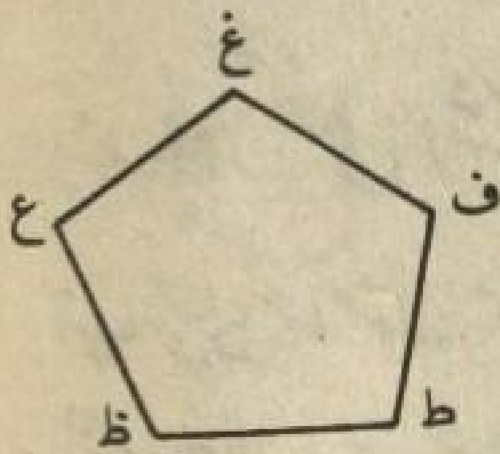
شکل نمبر (iv) غیر سادہ بند ہے کیونکہ یہ بند ہے مگر پنسل نقطہ و پر رُک کر مُڑے گی۔

شکل نمبر (v) سادہ کھُلی ہے۔

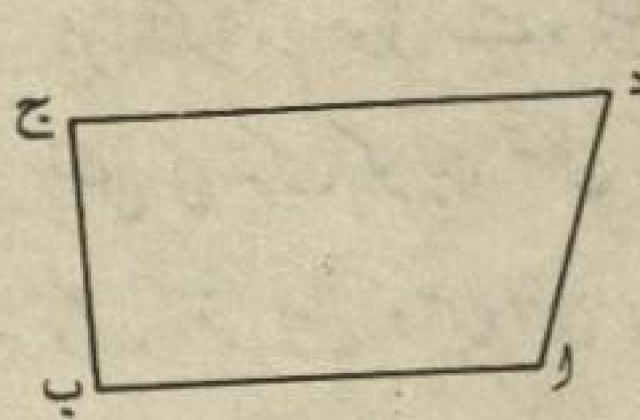
شکل نمبر (vi) غیر سادہ بند ہے (کیوں؟)

۹ - کثیر الاضلاع، چوکور اور اس کی قسمیں :

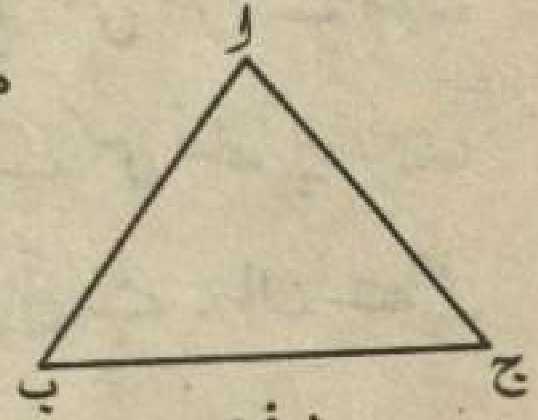
مندرجہ ذیل اشکال پر غور کیجیے :



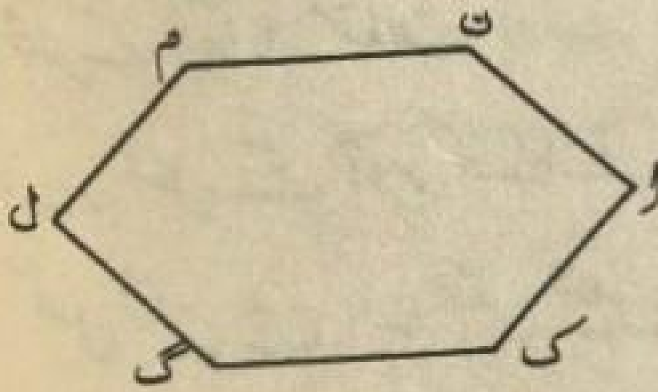
(iii)



(ii)



(i)



(iv)

ان میں سے ہر ایک سادہ بند شکل ہے اور چند قطعاتِ خط پر مشتمل ہے۔ ایسی شکل کو کثیر الاضلاع کہتے ہیں یعنی **کثیر الاضلاع ایسی سادہ بند شکل ہوتی ہے جو چند قطعاتِ خط پر مشتمل ہو۔**

شکل نمبر (i) تین قطعاتِ خط اب، ب ج، ج ا پر مشتمل ہے۔ یہ شکل تکون یا مثلث ہے۔ قطعات اب، ب ج، ج ا اس کے **اضلاع** ہیں اور نقاط ا، ب، ج اس کے **راس** ہیں۔

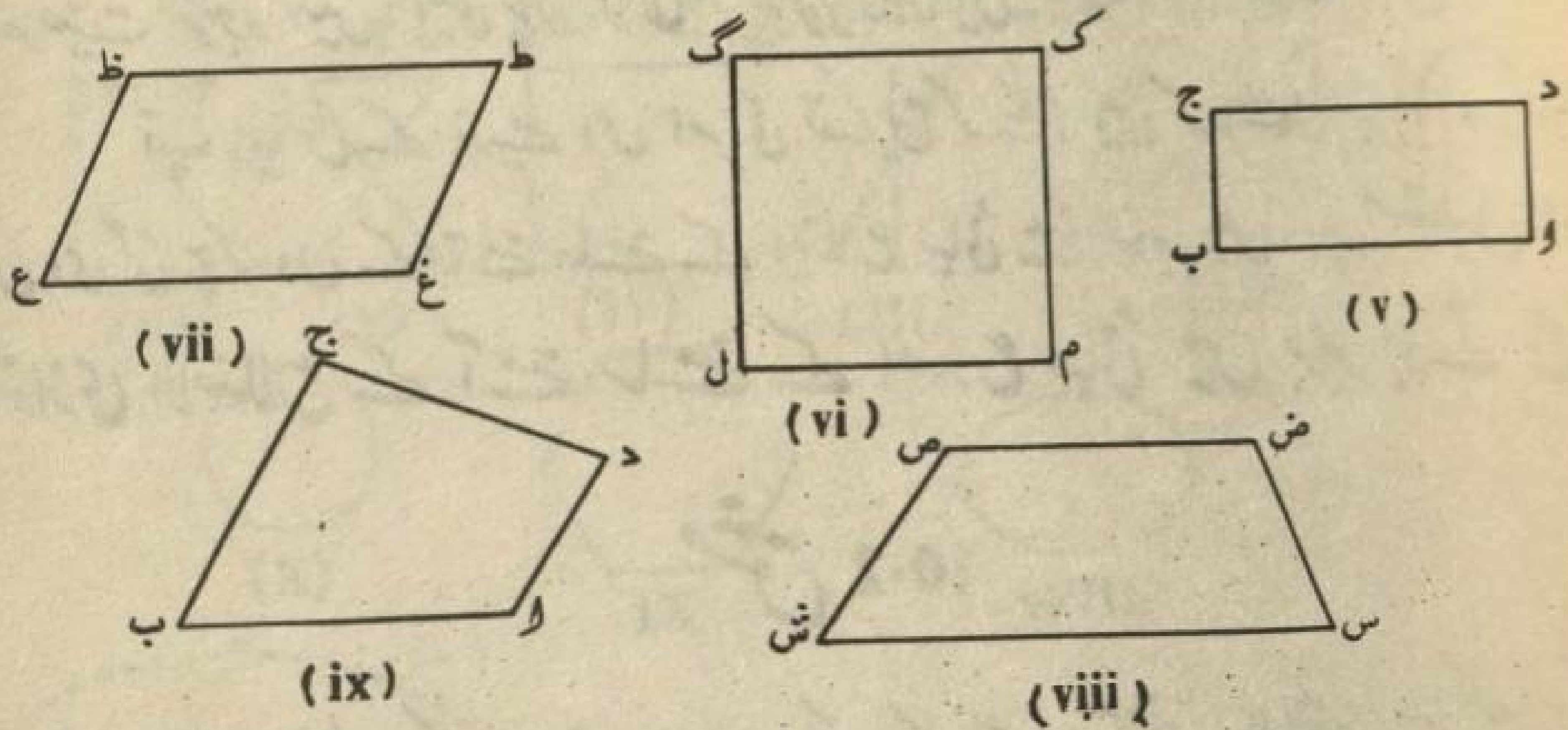
مثلث ایسی سادہ بند شکل کو کہتے ہیں جو تین قطعاتِ خط پر مشتمل ہو۔

شکل نمبر (ii) چار قطعاتِ خط پر مشتمل ہے، یہ چوکور ہے، قطعات اب، ب ج، ج د، د ا اس کے اضلاع ہیں اور نقاط ا، ب، ج، د اس کے راس ہیں۔ چوکور ایسی سادہ بند شکل ہوتی ہے جو چار قطعات پر مشتمل ہو۔

شکل نمبر (iii) ایک سادہ بند شکل ہے، جو پانچ قطعاتِ خط پر مشتمل ہے۔ یہ ایک مخمس ہے۔ اس کے اضلاع اور راسوں کے کیا نام ہیں؟

شکل نمبر (iv) ایک سادہ بند شکل ہے جو چھ قطعاتِ خط پر مشتمل ہے۔ یہ ایک مسدس ہے۔

چوکور کی قسمیں :- مندرجہ ذیل اشکال پر غور کریں۔



شکل نمبر (v) ایسی چوکور کی ہے جس کے سبھی زاویے (زاویہ ا، زاویہ ب، زاویہ ج، زاویہ د) قائمے ہیں۔ یہ ایک مستطیل ہے۔ مستطیل ایسی چوکور کو کہتے ہیں جس کے سبھی زاویے قائمے ہوں۔

شکل نمبر (vi) ایسی چوکور کی ہے جس کے سبھی زاویے قائمے ہیں اور جس کے سبھی اضلاع لمبائی میں برابر ہیں۔ یہ ایک مربع ہے۔ مربع ایسی چوکور کو کہتے ہیں جس کے سبھی

زاویے قائمے ہوں اور سبھی اضلاع لمبائی میں برابر ہوں۔

شکل نمبر (vii) ایسی چوکور کی ہے جس کے آمنے سامنے کے اضلاع متوازی ہیں (اضلاع ط ظ، ع غ متوازی ہیں اور اضلاع ط ع، ظ غ متوازی ہیں) یہ ایک متوازی الاضلاع ہے۔ متوازی الاضلاع ایسی چوکور کو کہتے ہیں جس کے آمنے سامنے کے اضلاع لمبائی میں برابر اور متوازی ہوں۔

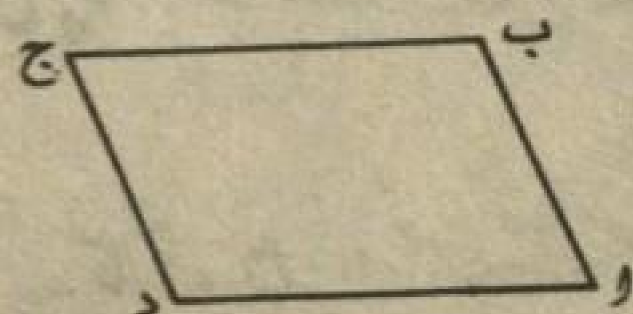
شکل نمبر (viii) میں دو اضلاع س ش، ص ض متوازی ہیں اور باقی دو اضلاع غیر متوازی ہیں۔ یہ ایک ذوزنقہ ہے۔ ذوزنقہ ایسی چوکور کو کہتے ہیں جس کے دو اضلاع متوازی ہوں اور دو اضلاع غیر متوازی ہوں۔

شکل نمبر (ix) ایسی چوکور کی ہے جس میں اشکال نمبر (v) تا (viii) میں سے کسی کی خصوصیت موجود نہیں۔ ایسی چوکور کو عام چوکور کہتے ہیں۔

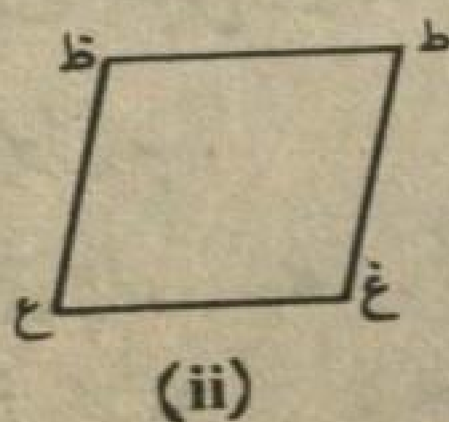
آپ پیمائش کے ذریعے اس امر کی تصدیق کر سکتے ہیں کہ اشکال نمبر (v) و (vii) میں دی گئی چوکوروں کے آمنے سامنے کے اضلاع لمبائی میں برابر ہیں۔ ہر مستطیل اور متوازی الاضلاع کے آمنے سامنے کے اضلاع لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔

مشق 10.2

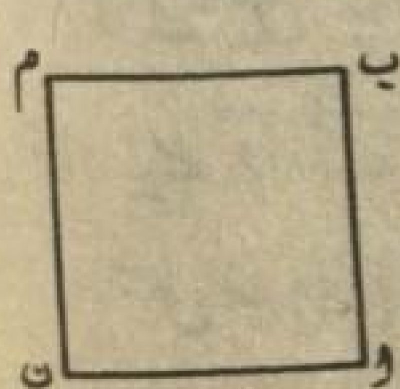
1— مندرجہ ذیل چوکوروں میں سے ہر ایک کا نام دو مختلف طریقوں سے لکھیں اور ہر ایک کی قسم بتائیں۔



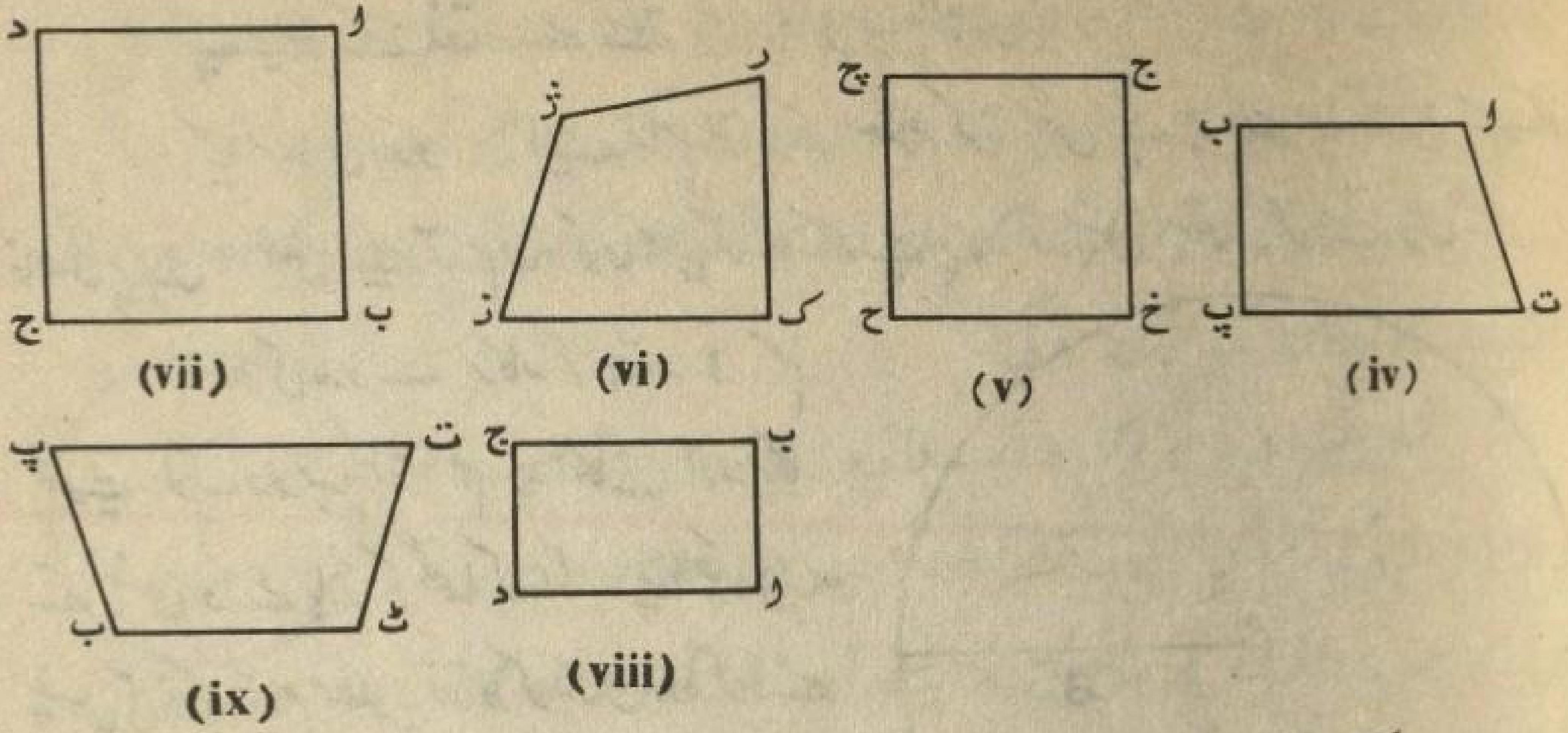
(i)



(ii)



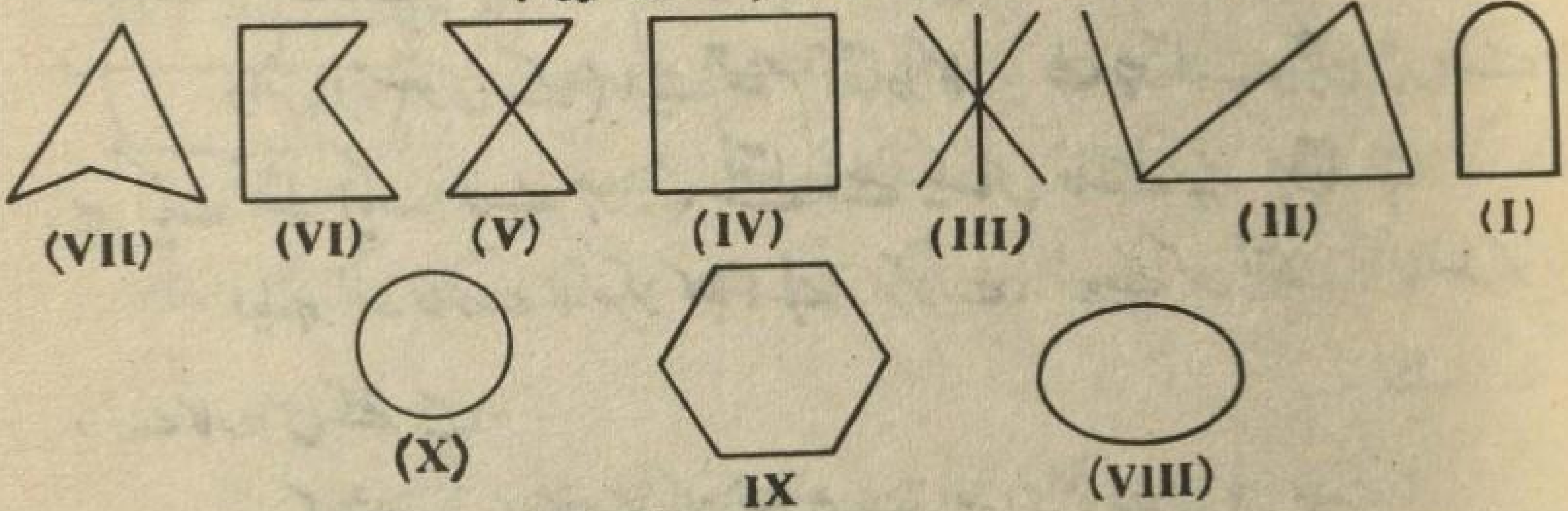
(iii)



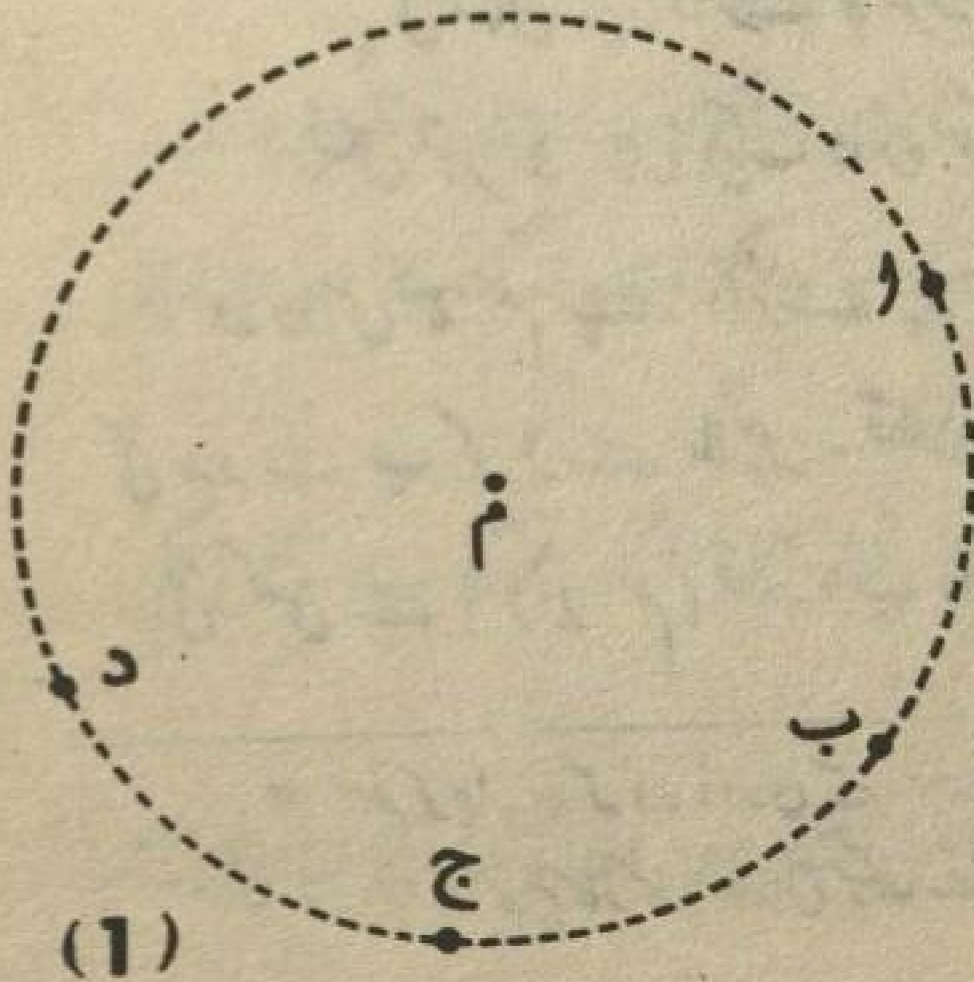
2 ـ کتنے ضلعے اور راس ہوتے ہیں ؟

(ا) مثلث کے (ب) چوکور کے (ج) مخمس کے (د) مسدس کے ۔

3 ـ مندرجہ ذیل اشکال میں سے کون سی کثیر الاضلاع ہیں ؟



10 ـ دائرہ

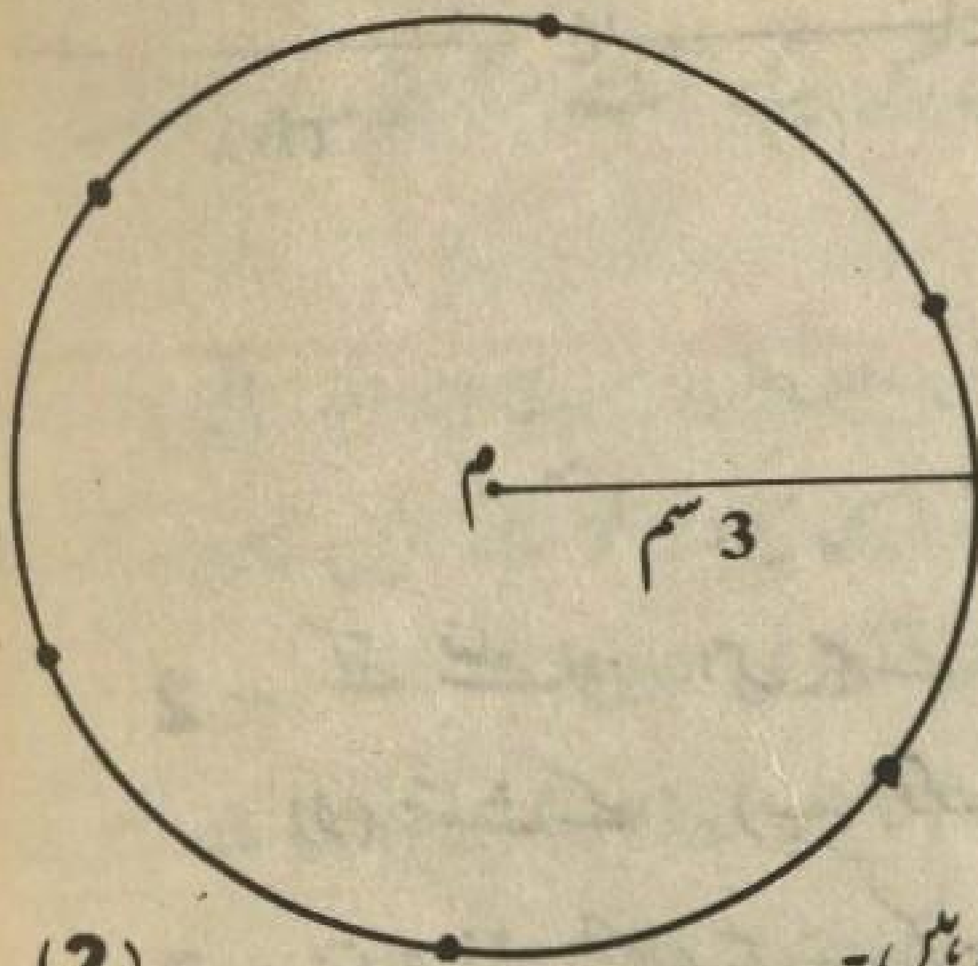


(1)

اپنی کاپی کے صفحہ پر ایک نقطہ م لیں۔ مسطر کی مدد سے ایک نقطہ ا لیں جو م سے 3 سم کے فاصلہ پر ہو۔ اسی طرح چند اور نقاط ب، ج، د وغیرہ لیں جن میں سے ہر ایک نقطہ م سے 3 سم کے فاصلے پر ہو۔

آپ ایسے کتنے نقاط لے سکتے ہیں ؟ (غیر متناہی)

کیا مسطر کی مدد سے ایسے تمام نقاط کو معلوم کرنا ممکن ہے جو نقطہ م سے 3 سم کے فاصلہ پر ہوں ؟ (نہیں) ایسے تمام نقاط کو حاصل کرنے کے لیے پرکار اور پنسل استعمال کر سکتے ہیں*۔



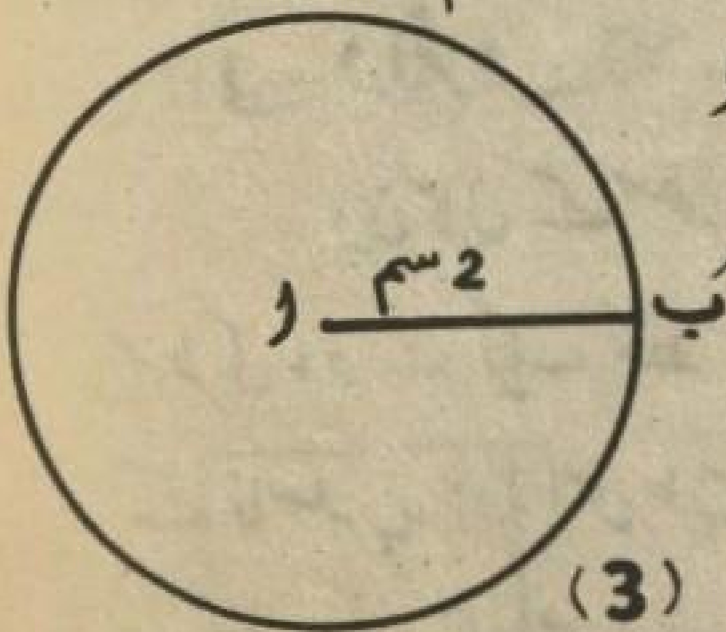
(2)

مسطر کی مدد سے پرکار کو بقدر 3 سم کھولیے۔ نوک دار سرا نقطہ م پر ٹکائیں اور پرکار کے پنسل والے بازو کو گھما کر ایک پورا چکر دیں۔ پنسل کی نوک تمام مطلوبہ نقاط کو نشان زدہ کر دے گی اور ہمیں کاپی کے صفحہ کے مستوی میں ایک ایسی شکل (نمبر 2) حاصل ہو گی جس کا ہر نقطہ دیے ہوئے نقطہ م سے 3 سم کے فاصلے پر ہے۔ اس قسم کی شکل کو دائرہ کہتے ہیں۔

دائرہ (مستوی کے) ایسے تمام نقاط کا سیٹ ہوتا ہے جن میں سے ہر ایک نقطہ ایک دیے ہوئے نقطے سے یکساں فاصلے پر ہوتا ہے۔

دیا ہوا نقطہ دائرے کا مرکز کہلاتا ہے۔ مرکز سے دائرہ کے کسی نقطہ کے فاصلہ کو دائرے کا رداس کہتے ہیں۔

اُوپر کی مثال میں دائرے کا مرکز نقطہ م ہے اور اس کا رداس 3 سم ہے۔



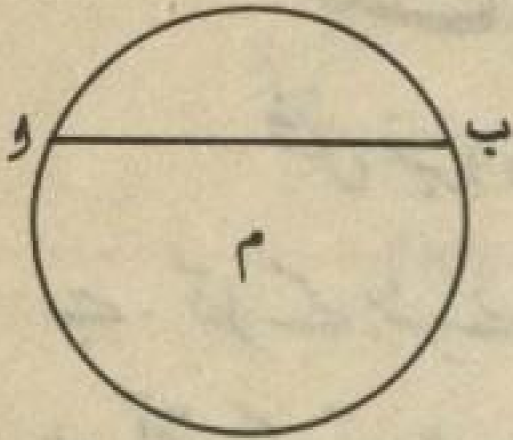
(3)

شکل نمبر 3 میں ایک دائرہ دکھایا گیا ہے جس کا مرکز ا ہے اور رداس 2 سم ہے۔ دائرے پر ایک نقطہ ب لیں اور مسطر کی مدد سے ب کو ا سے ملائیں۔ قطعہ اب کو ماپیں۔ اس کی لمبائی کتنی ہے ؟ (2 سم) قطعہ اب دائرے کا ایک رداسی قطعہ

* معلّم کو چاہیے کہ وہ ڈوری کے استعمال سے اور پرکار کے ذریعے دائرہ بنانے کی وضاحت کرے۔ لیکن طلبہ کو پرکار کا استعمال سکھانے کی ضرورت نہیں۔

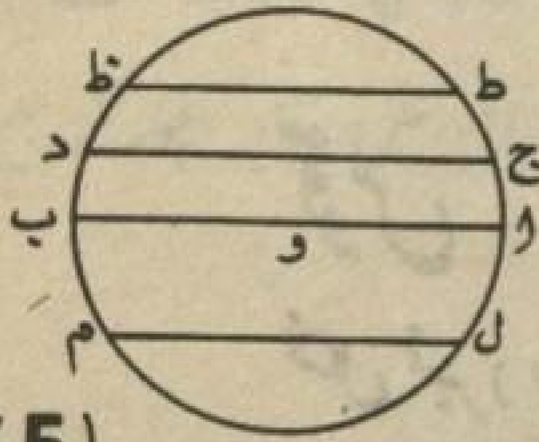
ہے۔ دائرے کا رداسی قطعہ ایک ایسا قطعۂ خط ہوتا ہے جس کا ایک سِرا دائرے پر ہوتا ہے اور دُوسرا سِرا دائرے کے مرکز پر ہوتا ہے۔

ظاہر ہے کہ کسی دائرے کے تمام رداسی قطعات کی لمبائی برابر ہو گی اور یہ لمبائی دائرے کے رداس کے برابر ہو گی۔



(4)

شکل نمبر (4) م مرکز کا ایک دائرہ ہے۔ اِس دائرے کے دو نقاط ا، ب کو ملایا گیا ہے۔ قطعۂ خط اب ایسا قطعۂ خط ہے۔ جس کے سِرے دائرے پر واقع ہیں۔ ایسے قطعۂ خط کو دائرے کا وتر کہتے ہیں۔ دائرے کا وتر ایسا قطعہ خط ہوتا ہے جس کے سِرے دائرے پر واقع ہوتے ہیں۔



(5)

شکل نمبر (5) میں دائرے کے چار وتر دکھائے گئے ہیں (ان کے نام لیجیے) ان میں سے ایک وتر ایسا ہے جو دائرے کے مرکز و میں سے گزرتا ہے۔ یہ دائرے کا ایک قطر ہے۔

دائرے کا قطر اس کا ایک ایسا وتر ہوتا ہے جو اس کے مرکز میں سے گزرتا ہے۔

کیا شکل نمبر (5) میں قطعۂ خط ج د دائرے کا قطر ہے ؟ (نہیں)

شکل میں دکھائے گئے وتروں میں سے سب سے لمبا کون سا ہے؟ (قطر اب)

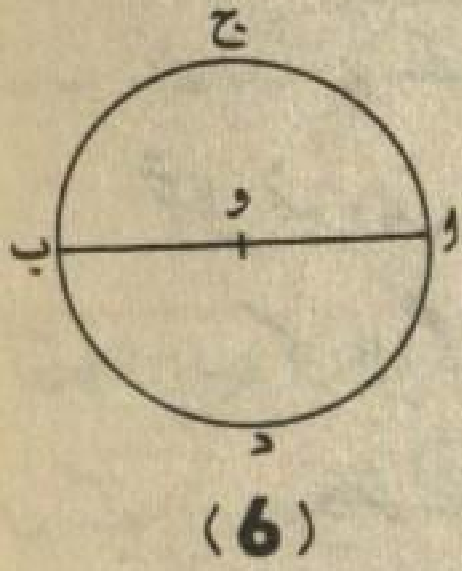
کیا آپ ایسا وتر معلوم کر سکتے ہیں جو دائرے کے مرکز سے نہ گزرے اور جو لمبائی میں قطر اب کے برابر ہو یا اِس سے بڑا ہو؟ (نہیں)

پس ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ دائرے کا قطر ایسا وتر ہوتا ہے جس کی لمبائی زیادہ سے زیادہ ہوتی ہے۔

شکل نمبر (5) میں قطر اب کی لمبائی رداسی قطعات او اور وب کی لمبائیوں کے

مجموعے کے برابر ہے۔ یعنی قطر کی لمبائی رداس سے دُگنی ہے۔ دائرے کے ہر قطر کی لمبائی رداس سے دُگنی ہوتی ہے۔

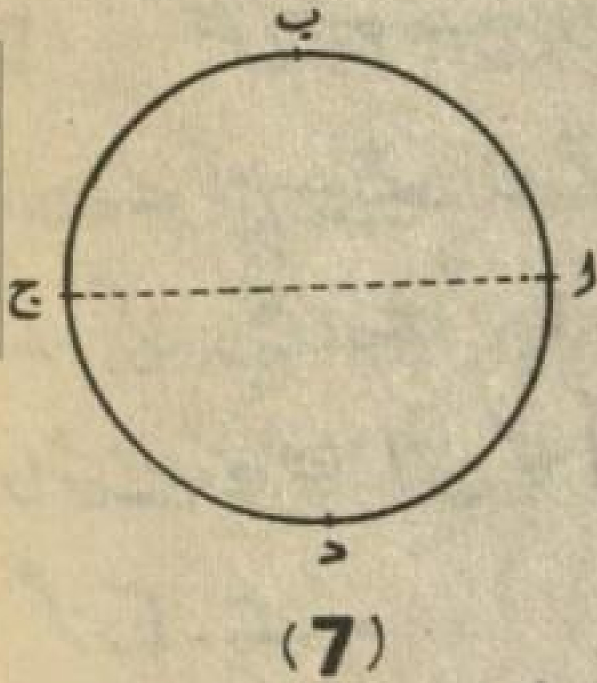
نصف دائرہ :



(6)

شکل نمبر (6) میں قطعۂ خط اب دائرے کا ایک قطر ہے۔ قطر کے سرے نقاط ا، ب دائرہ کو دو ایک جیسے حصّوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ ہر حصّہ نصف دائرہ ہے۔ انھیں ہم نصف دائرہ اج ب اور نصف دائرہ ادب کہ سکتے ہیں۔ نقاط ا، ب ہر نصف دائرہ میں شامل ہیں۔

قوس :



(7)

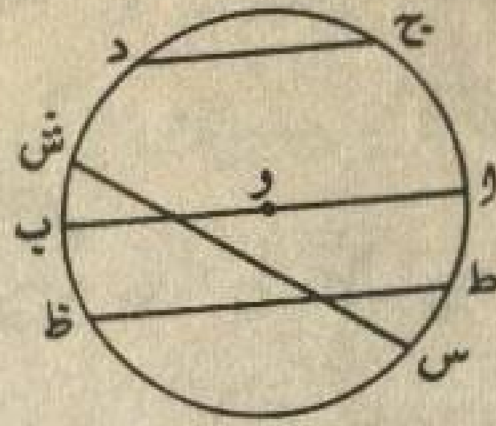
شکل نمبر (7) میں نقاط ا، ج دائرہ کو دو حصّوں اب ج اور ج د ا میں تقسیم کرتے ہیں۔ ہر حصّہ ایک قوس ہے۔ انھیں ہم قوس اب ج اور قوس اد ج کہ سکتے ہیں۔

نصف دائرہ کو نصف دائروی قوس بھی کہتے ہیں۔ مثلاً شکل (6) میں نصف دائرہ ادب کو نصف دائروی قوس ادب اور نصف دائرہ اج ب کو نصف دائروی قوس اج ب بھی کہ سکتے ہیں۔

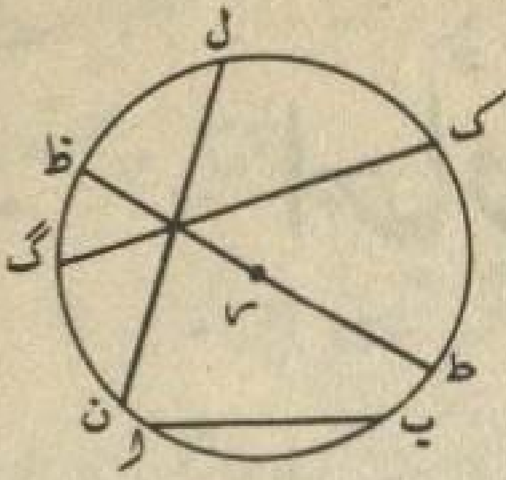
مشق 10.3

1 – اشکال نمبر (i)، (ii) میں دکھائے گئے دائروں کے مرکز، وتر، قطر اور

نصف دائروں کے نام لکھیں۔



(i)



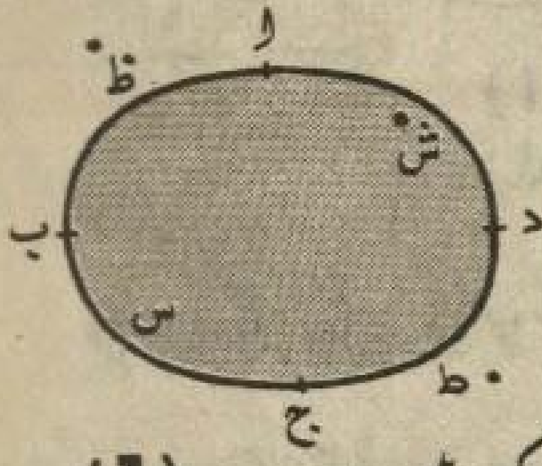
(ii)

2 – اگر دائرے کا رداس ایک میٹر ہو تو اس کے قطر کی لمبائی کیا ہو گی ؟ اگر دائرے کا قطر 4.2 میٹر لمبا ہو تو اِس کا رداس کیا ہو گا ؟

3 – کسی دیے ہوئے دائرے کے رداس کتنے ہوتے ہیں ؟ رداسی قطعات کتنے ہوتے ہیں ؟ قطر کتنے ہوتے ہیں ؟ کیا دائرے کے تمام قطر لمبائی میں برابر ہوتے ہیں ؟

باب 11

احاطہ اور رقبہ



(1)

1 - علاقہ اور سرحد :

شکل نمبر(1) میں ایک بند شکل اب ج د دکھائی گئی ہے جس مستوی (اس صفحہ کا مستوی) پر یہ واقع ہے اس کے نقاط تین قسم کے ہیں :

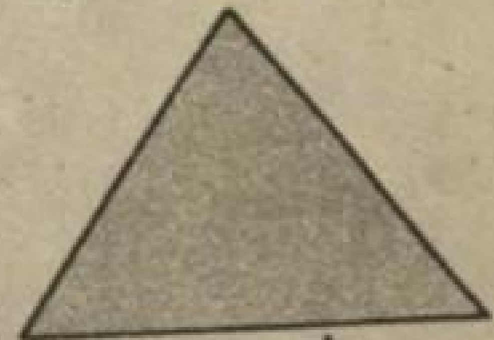
(1) نقاط جو شکل اب ج د پر واقع ہیں۔ (2) نقاط جو اس کے اندر واقع ہیں اور (3) نقاط جو اس کے باہر واقع ہیں۔

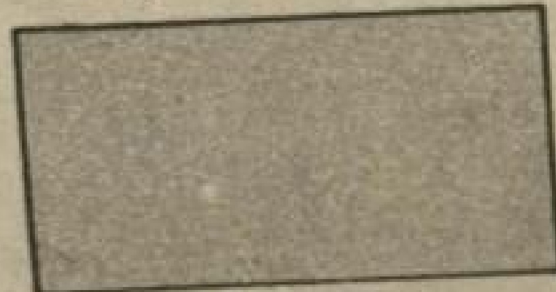
ان تمام نقاط کا سیٹ جو اس شکل کے اندر واقع ہیں اس کا اندرونہ ہے۔ شکل میں اندرونہ کو سایہ دار دکھایا گیا ہے۔

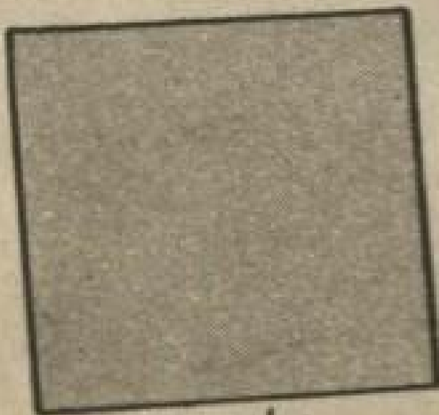
ان تمام نقاط کا سیٹ جو شکل اب ج د کے نقاط اور اس کے اندرونہ کے نقاط پر مشتمل ہے **ایک علاقہ** ہے۔ یعنی یہ علاقہ مشتمل ہے ان تمام نقاط پر جو شکل اب ج د کے اُوپر واقع ہیں یا اس کے اندر واقع ہیں۔ شکل اب ج د علاقہ کی سرحد ہے۔

واضح رہے کہ سرحد علاقہ میں شامل ہوتی ہے۔ ایسے علاقے کو جس کی سرحد کوئی کثیر الاضلاع ہو **کثیر الاضلاعی علاقہ** کہتے ہیں۔

ذیل میں چند کثیر الاضلاعی علاقے دِکھائے گئے ہیں۔


مثلثی علاقہ
(2)


مستطیلی علاقہ
(3)


مربعی علاقہ
(4)

نقاط کا وہ سیٹ جو کسی مثلث اور اِس کے اندرونہ پر مشتمل ہو **مثلثی علاقہ** کہلاتا ہے۔ اس طرح نقاط کا وہ سیٹ جو کسی مستطیل اور اس کے اندرونہ پر مشتمل ہو **مستطیلی علاقہ** کہلاتا ہے۔ اگر کسی علاقہ کی سرحد مربّع ہو تو اُسے **مربّعی علاقہ** کہتے ہیں۔

2– آپ کو معلوم ہے کہ ہر قطعۂ خط کے ساتھ ایک عدد وابستہ کیا جاتا ہے جو اس کی لمبائی کہلاتا ہے۔

اسی طرح ہر کثیرالاضلاع کے ساتھ ایک عدد وابستہ کیا جاتا ہے جو اِس کا **احاطہ** کہلاتا ہے۔ کثیرالاضلاع کے احاطہ سے مُراد اس کے اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ ہوتا ہے۔ چنانچہ مثلث اب ج کے احاطہ سے مراد اضلاع اب، ب ج، ج ا کی لمبائیوں کا مجموعہ ہے۔

اِسی طرح کسی چوکور کے احاطہ سے مراد اس کے چاروں اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ ہے۔

ہر علاقہ کے ساتھ بھی ایک عدد وابستہ کیا جاتا ہے جسے اِس علاقہ کا **رقبہ** کہتے ہیں۔ کسی علاقہ کے رقبہ سے مراد اس جگہ کی پیمائش ہے جس پر وہ واقع ہے۔

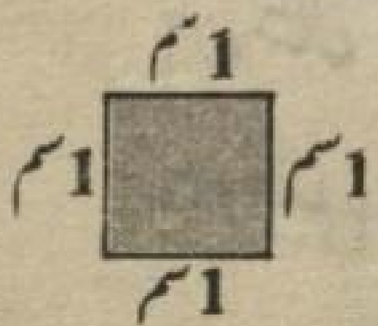
آپ نے پچھلی جماعت میں پڑھا تھا کہ

مستطیل کا احاطہ = 2 × (طول+عرض) اور مربّع کا احاطہ = ضلع کی لمبائی × 4

اب ہم رقبہ سے متعلق چند بنیادی نتائج کی وضاحت کرتے ہیں۔

3– مستطیلی علاقہ کا رقبہ :

جس طرح لمبائی ماپنے کے لیے کسی اکائی کا اختیار کرنا ضروری ہوتا ہے۔ اسی طرح کسی علاقہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے بھی کسی اکائی کو اختیار کرنا لازمی ہوتا ہے۔

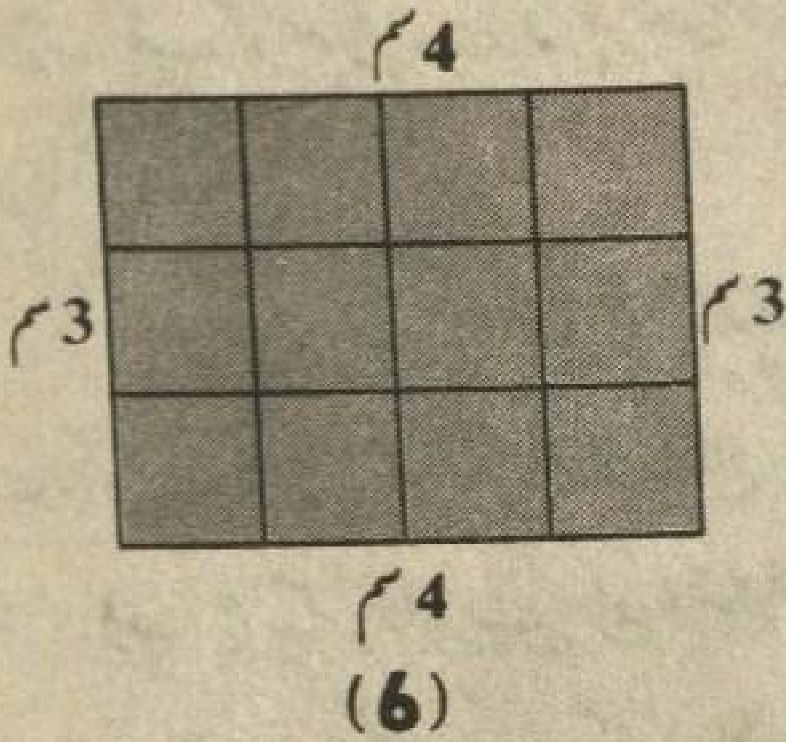


شکل نمبر (5) میں ایک مربّعی علاقہ دکھایا گیا ہے۔ اس کی سرحد کا ہر ضلع 1 سینٹی میٹر لمبا ہے۔ ہم کہیں گے کہ اس علاقہ کا رقبہ 1 مربّع سینٹی میٹر ہے

اسی طرح اگر کسی مربّعی علاقہ کی سرحد کا ہر ضلع 1 میٹر لمبا ہو تو اس کا رقبہ 1 مربّع میٹر تصوّر ہوگا۔

1 مربّع سینٹی میٹر، 1 مربّع میٹر، ایک مربّع ہیکٹو میٹر وغیرہ رقبہ کی اکائیاں ہیں۔

شکل نمبر (6) میں ایک مستطیلی علاقہ دکھایا گیا ہے۔ اس کا طُول (سرحد کے بڑے ضلع کی لمبائی) 4 سم اور عرض (سرحد کے چھوٹے ضلع کی لمبائی) 3 سم ہے۔



(6)

ہم تمام اضلاع پر 1، 1 سم کے فاصلہ پر نشان لگاتے ہیں اور آمنے سامنے کے نشانات کو قطعاتِ خط سے ملا دیتے ہیں۔ اس طرح سے دیا ہوا علاقہ چند چھوٹے علاقوں میں تقسیم ہو جاتا ہے۔

چھوٹے علاقوں کے کتنے راسی کالم ہیں ؟ چار

ہر راسی کالم میں کتنے چھوٹے علاقے ہیں ؟ تین

کل کتنے چھوٹے علاقے ہیں ؟ $4 \times 3 = 12$

ہر چھوٹے علاقے کا رقبہ = 1 مربّع سینٹی میٹر

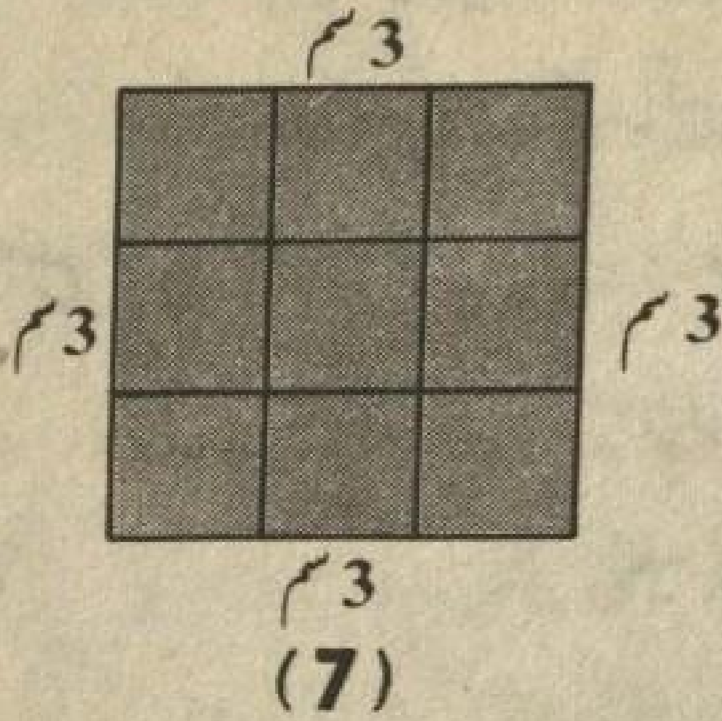
چونکہ کُل علاقہ تمام چھوٹے علاقوں پر مشتمل ہے اِس لیے ہم ان چھوٹے علاقوں کے رقبوں کے مجموعہ کو کُل علاقہ کا رقبہ قرار دیتے ہیں۔ یعنی

دیے ہوئے مستطیلی علاقہ کا رقبہ = 4×3 مربّع سینٹی میٹر = 12 مربّع سینٹی میٹر

اس مثال سے ہم اس نتیجہ پر پہنچے ہیں کہ کسی

مستطیلی علاقہ کا رقبہ = طول × عرض (مربّع اکائیاں)

4- مربّعی علاقہ کا رقبہ :



(7)

شکل نمبر (7) میں ایک مربّعی علاقہ دکھایا گیا ہے جس کی سرحد کا ہر ضلع 3 سم لمبا ہے۔

تمام ضلعوں پر 1 ، 1 سم کے فاصلہ پر نشان لگانے سے اور آمنے سامنے کے نشانات کو قطعاتِ خط سے ملانے سے کُل علاقہ چند چھوٹے علاقوں میں تقسیم ہو جاتا ہے۔

چھوٹے علاقوں کے کتنے راسی کالم ہیں؟ تین

ہر راسی کالم میں کتنے چھوٹے علاقے ہیں؟ تین

کُل کتنے چھوٹے علاقے ہیں؟ $3 \times 3 = 9$

ہر چھوٹے علاقے کا رقبہ 1 مربّع سم ہے۔

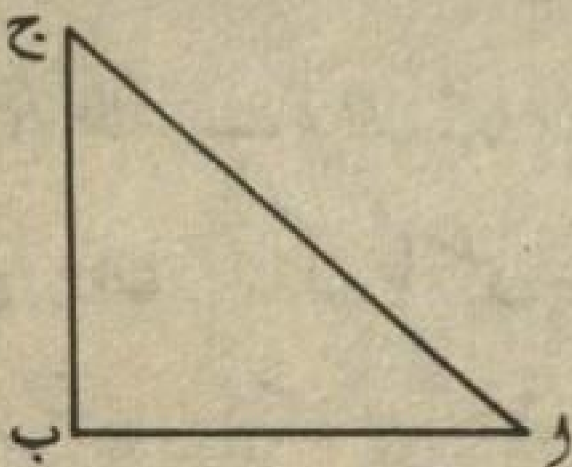
چونکہ کُل علاقہ تمام چھوٹے علاقوں پر مشتمل ہے اس لیے ہم ان علاقوں کے رقبوں کے مجموعہ کو کُل علاقہ کا رقبہ قرار دیتے ہیں یعنی

کُل مربّعی علاقے کا رقبہ = 3×3 مربّع سینٹی میٹر = 9 مربّع سینٹی میٹر

اس مثال سے معلوم ہوا کہ کسی مربّعی علاقہ کا رقبہ = **ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی**

(مربّع اکائیاں)

5- قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ کا رقبہ :

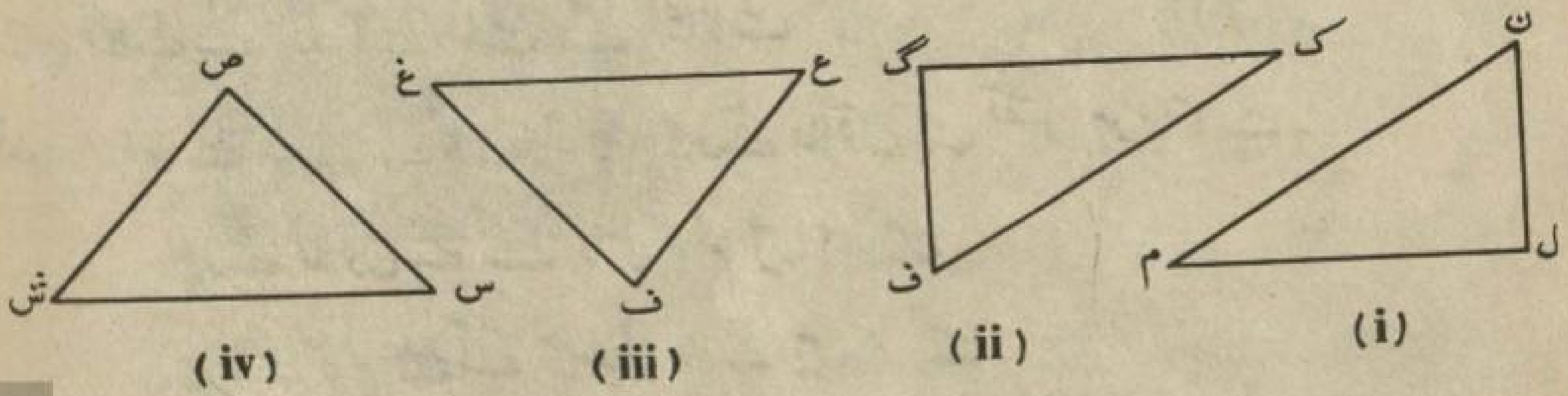


(8)

شکل نمبر (8) میں ایک مثلث دکھائی گئی ہے۔ اس میں زاویہ ا ب ج قائمہ ہے۔ ایسی مثلث کو جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو **قائمۃ الزاویہ مثلث** کہتے ہیں۔

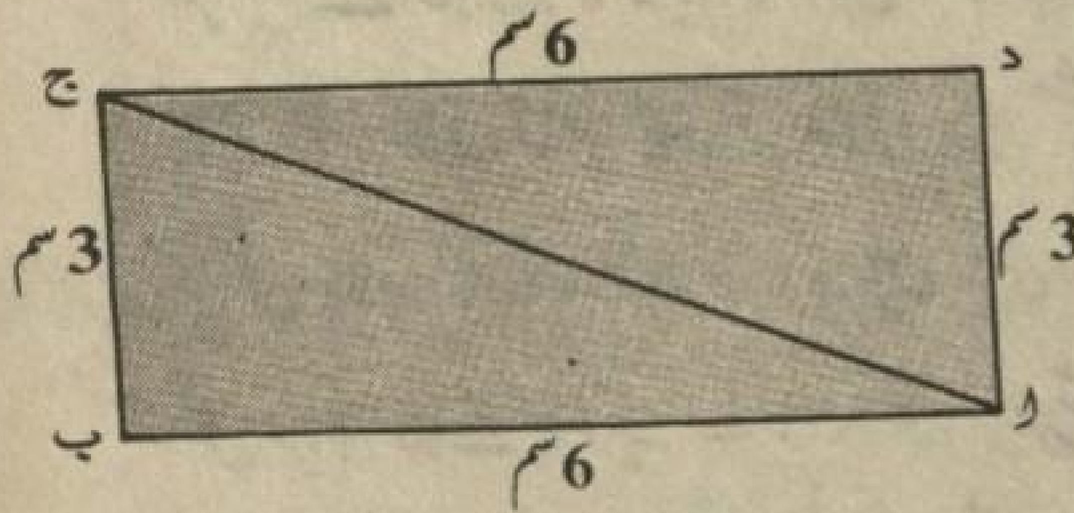
کسی قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویے کے سامنے کا ضلع مثلث کا **وتر** کہلاتا ہے باقی دونوں ضلعوں کو مثلث کی ساقین (ساق کا مطلب ہے ٹانگ یا پنڈلی) کہتے ہیں۔ شکل نمبر (8) میں ضلع ا ج مثلث کا وتر ہے۔ اضلاع ا ب، ب ج اس کی ساقین ہیں۔

ذیل میں چند اور قائمۃ الزاویہ مثلثیں دکھائی گئی ہیں۔ ان کے وتروں کے کیا کیا نام ہیں؟



یاد رہے کہ قائمۃ الزاویہ مثلث میں ساقین کا مشترک نقطہ قائمہ زاویہ کا راس ہوتا ہے۔

شکل نمبر (9) ایک مستطیلی علاقہ ہے۔ اس کا طول 6 سم اور عرض 3 سم ہے۔



(9)

پس اس کا رقبہ = 6 × 3 مربّع سینٹی میٹر

= 18 مربّع سینٹی میٹر

قطعۂ خط ا ج مستطیلی علاقہ کو دو مثلثی علاقوں میں تقسیم کرتا ہے۔ مثلثی علاقہ ا ب ج قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ ہے۔ کیونکہ اس میں زاویہ ب قائمہ ہے۔ اسی طرح مثلثی علاقہ ا د ج قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ ہے، اس میں زاویہ د قائمہ ہے۔ یہ دونوں مثلثی علاقے رقبہ میں برابر ہیں۔ اس بات کی پڑتال یوں کی جا سکتی ہے کہ کاغذ کا ایک مستطیلی تختہ لیں۔ اِس کو اس طرح دوہرا کریں کہ شکن اس کے دو آمنے سامنے کے راسوں کو ملاتا ہو، پھر تختہ کو اس شکن پر کاٹیں۔ آپ دیکھیں گے کہ دو قائمۃ الزاویہ مثلثی تختے حاصل ہو گئے ہیں۔ ان میں سے ایک کو

دوسرے پر اس طرح رکھا جا سکتا ہے کہ ہر ایک دوسرے کو پورا پورا ڈھانپ لے۔

پس معلوم ہوا کہ شکل نمبر (9) میں ہر مثلثی علاقے کا رقبہ مستطیلی علاقے کے رقبہ کا نصف ہے یعنی

قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ اب ج کا رقبہ = 6 × 3 کا $\frac{1}{2}$ (مربّع سینٹی میٹر)

= 18 کا $\frac{1}{2}$ (مربّع سینٹی میٹر)

= 9 مربّع سینٹی میٹر)

اسی طرح مثلثی علاقہ ا ج د کا رقبہ = 9 مربّع سینٹی میٹر

اب ملاحظہ کریں کہ مثلثی علاقہ اب ج میں اضلاع اب، ب ج اس کی ساقین ہیں۔ پس کسی

قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × (ایک ساق کی لمبائی × دوسری ساق کی لمبائی)

نوٹ : طلبا کو اچھی طرح یاد رکھنا چاہیے کہ رقبہ صرف علاقہ کا ہوتا ہے۔ مثلث مستطیل وغیرہ کا رقبہ نہیں ہوتا، ان کا صرف احاطہ معلوم کر سکتے ہیں۔ یہ قطعاتِ خط پر مشتمل ہوتی ہیں اور کسی قطعۂ خط کا رقبہ نہیں ہوتا۔ لہٰذا مثلث کا رقبہ، مستطیل کا رقبہ وغیرہ نہیں کہنا چاہیے بلکہ مثلثی علاقہ کا رقبہ، مستطیلی علاقہ کا رقبہ کہنا چاہیے۔ یہ بھی یاد رہے کہ کسی علاقہ کے احاطہ سے مراد اس کی سرحد کا احاطہ ہوتا ہے۔

مثال 1 : ایک مسجد کے صحن کا طول 80 میٹر اور عرض 55 میٹر ہے۔ اس پر ٹائلیں لگوانے کا خرچ بحساب 125 روپے فی سو مربع میٹر معلوم کریں۔

حل : صحن کا رقبہ = 80 × 55 مربّع میٹر

= 4400 مربّع میٹر

100 مربّع میٹر پر ٹائلیں لگوانے کا خرچ = 125 روپے

پس کل خرچ = 125 × 44 = 5500 روپے

مثال 2 : ایک ہال کا طول 35 میٹر اور اس پر دری بچھانے کا خرچ بحساب 20 روپے

فی مربّع میٹر 17500 روپے ہے۔ اس کا عرض معلوم کریں۔

حل : دری کا کل خرچ = 17500 روپے

خرچ فی مربّع میٹر = 20 روپے

پس دری کا رقبہ یعنی ہال کا رقبہ = $\frac{17500}{20}$

= 875 مربّع میٹر

ہال کا طول = 35 میٹر

پس ہال کا عرض = $\frac{875}{35}$ = 25 میٹر

6 - رقبہ کی مختلف اکائیوں کی ایک دوسری میں تحویل :

نیچے دیے ہوئے مربّعی علاقہ کا ضلع 1 ڈیسی میٹر یا 10 سینٹی میٹر لمبا ہے۔ پس اس کا رقبہ 1 مربّع ڈیسی میٹر یا 100 مربّع سینٹی میٹر ہے۔ اس سے معلوم ہوا کہ

1 مربّع ڈیسی میٹر = 100 مربّع سم

اس نتیجہ کو مدِّنظر رکھتے ہوئے مندرجہ ذیل جدول آسانی سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔

100 مربّع ملی میٹر = 1 مربّع سینٹی میٹر

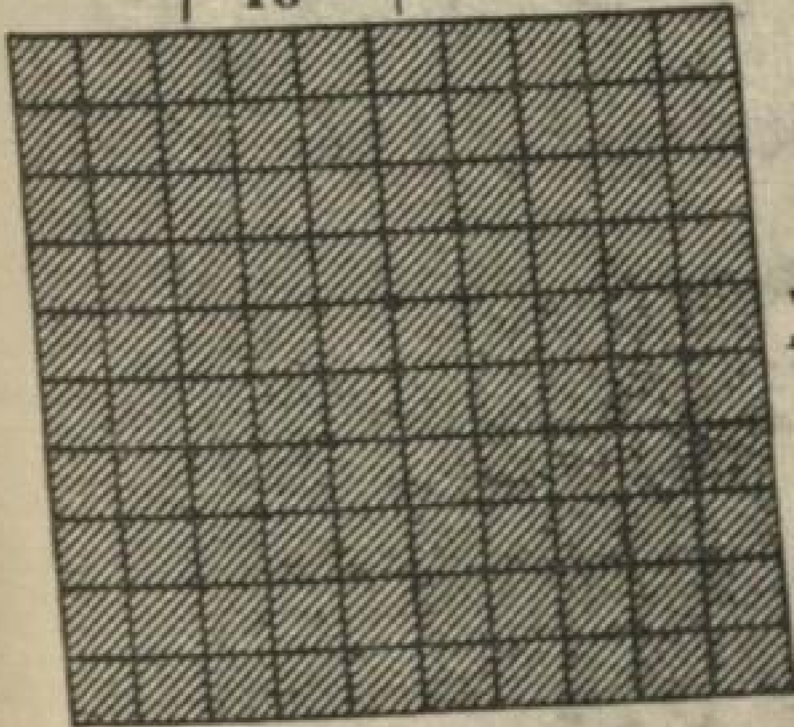
100 مربّع سینٹی میٹر = 1 مربّع ڈیسی میٹر

100 مربّع ڈیسی میٹر = 1 مربّع میٹر

100 مربّع میٹر = 1 مربّع ڈیکا میٹر

100 مربّع ڈیکا میٹر = 1 مربّع ہیکٹو میٹر

100 مربّع ہیکٹو میٹر = 1 مربّع کلو میٹر



مشق 11

مُربعی علاقوں کے ضلعوں کی مقداریں دی ہوئی ہیں۔ اِن کے احاطے اور رقبے معلوم کریں۔

1- 9 سم　　2- 31 ڈیسی میٹر　　3- $9\frac{1}{2}$ میٹر

4- $18\frac{3}{5}$ میٹر　　5- 27.5 ڈم

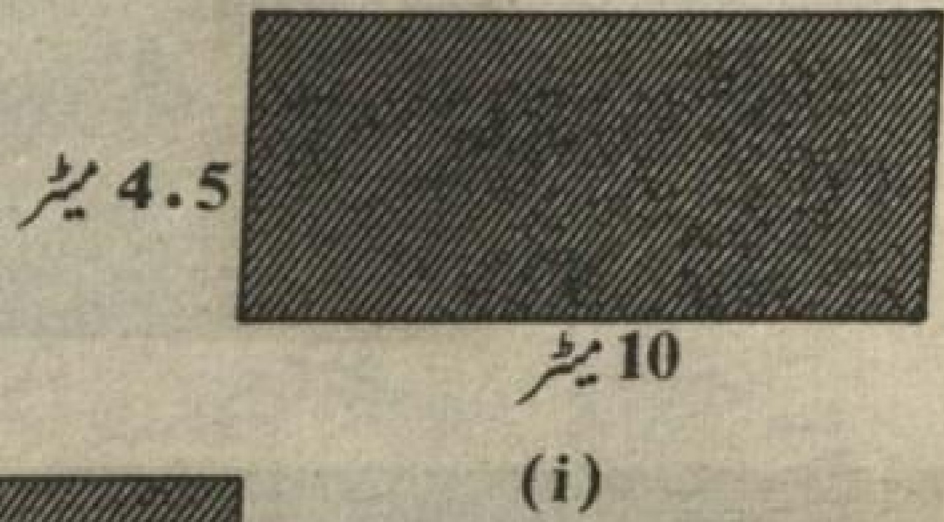
مستطیلی علاقوں کے طول اور عرض دیے ہوئے ہیں ان کے احاطے اور رقبے معلوم کریں۔

6- طول = 5 سم، عرض = 4 سم　　7- طول = 186 سم، عرض = 126 سم

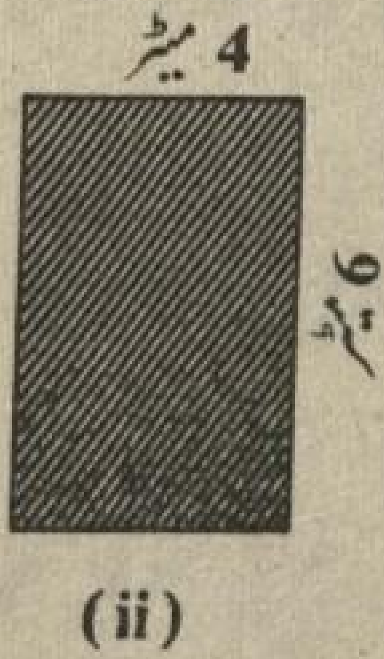
8- طول = 92 سم، عرض = 75 سم　　9- طول = $11\frac{1}{2}$ ڈیسی میٹر، عرض = $5\frac{3}{4}$ ڈیسی میٹر

10- طول = $19\frac{4}{5}$ میٹر، عرض = $7\frac{2}{5}$ میٹر　　11- طول = 25.3 میٹر، عرض = 14.8 میٹر

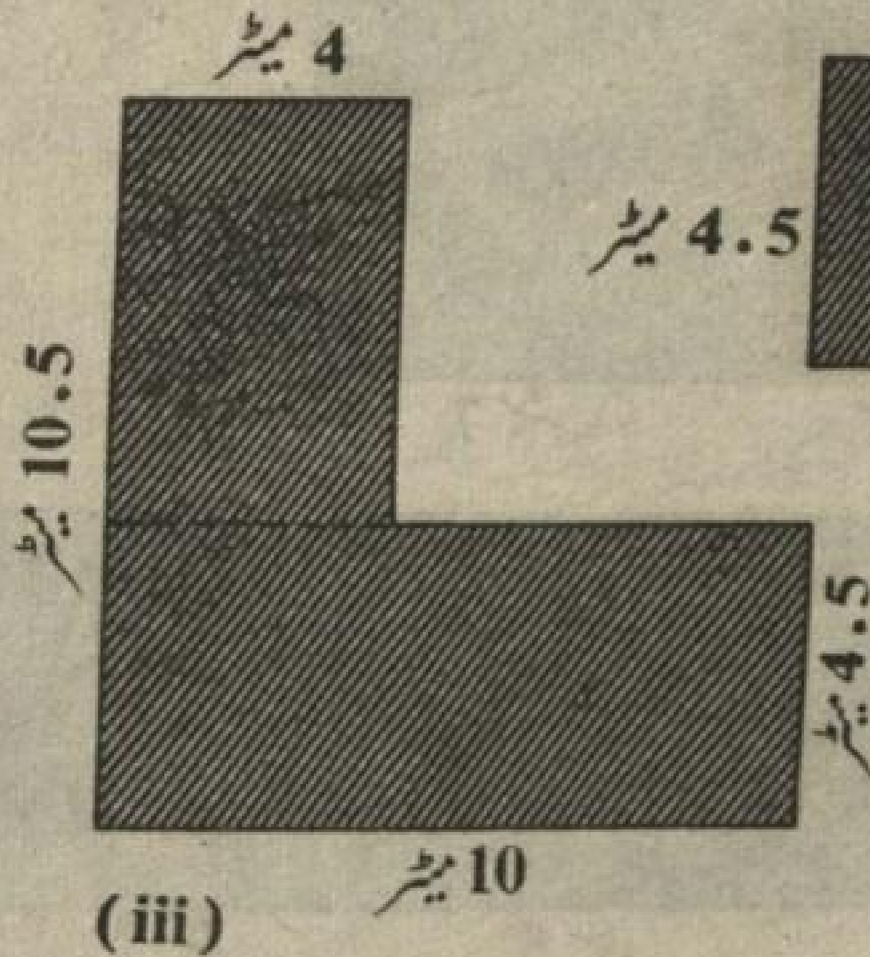
12- مندرجہ ذیل اشکال میں سایہ دار علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔



(i)

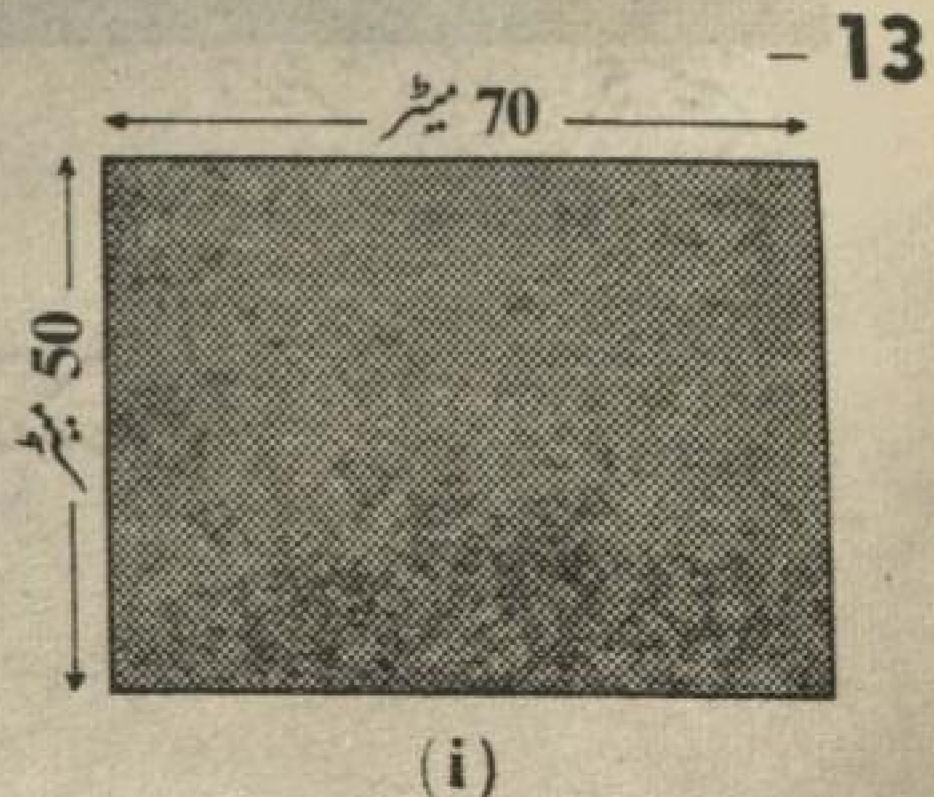


(ii)

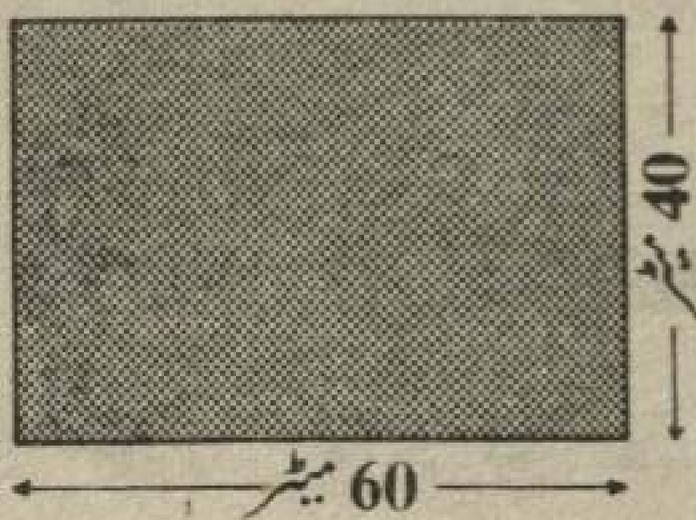


(iii)

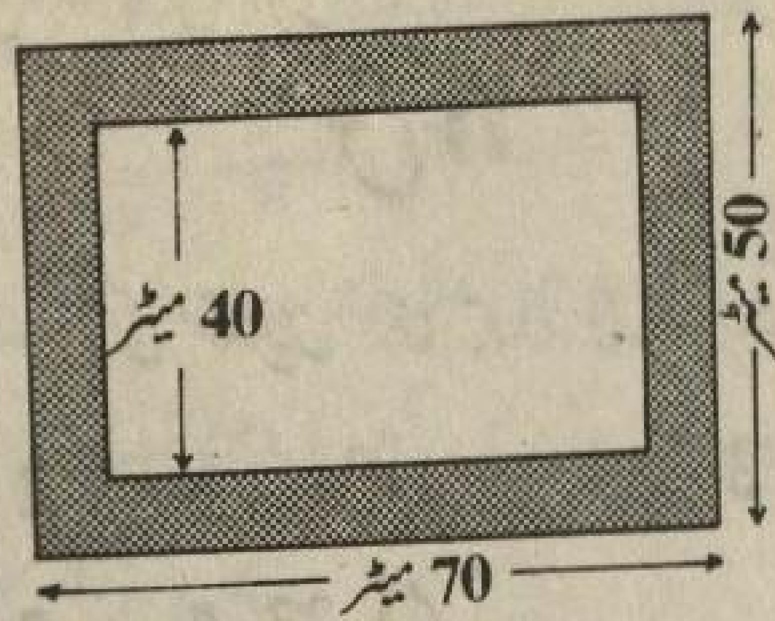
13-



(i)

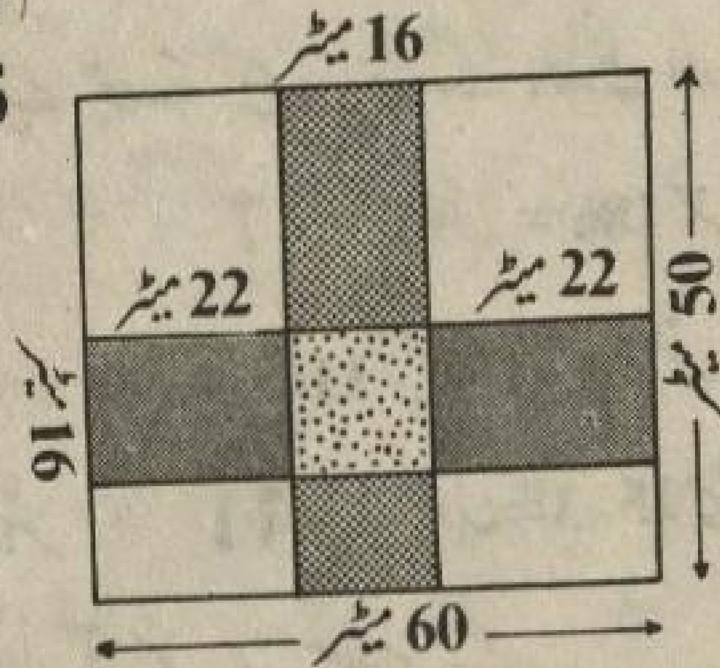


(ii)

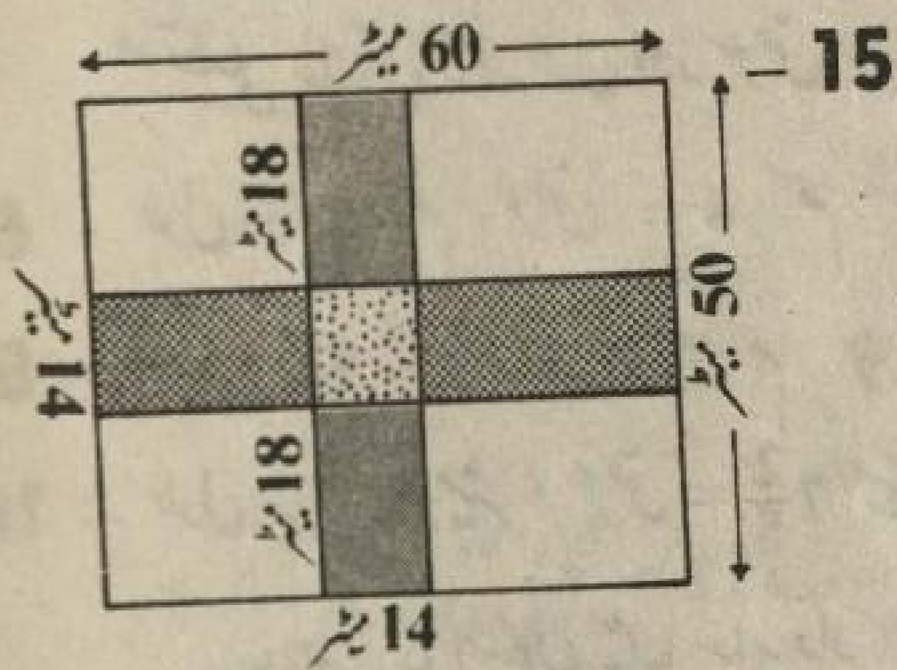


(iii)

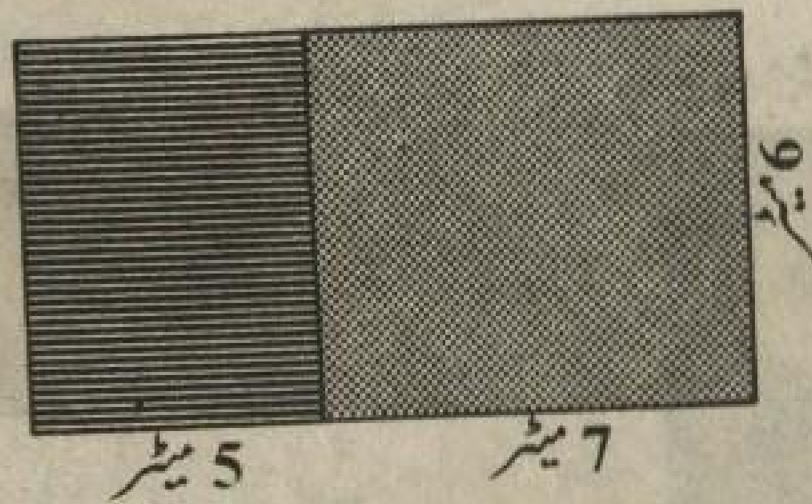
14 -



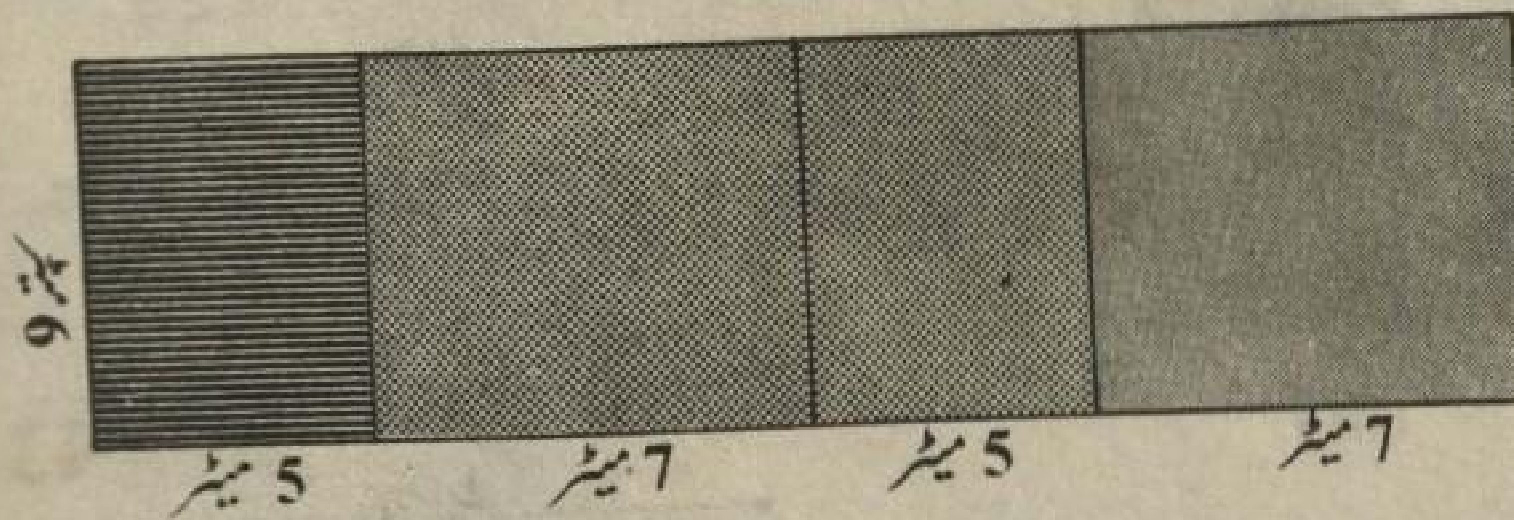
15 -



16 -

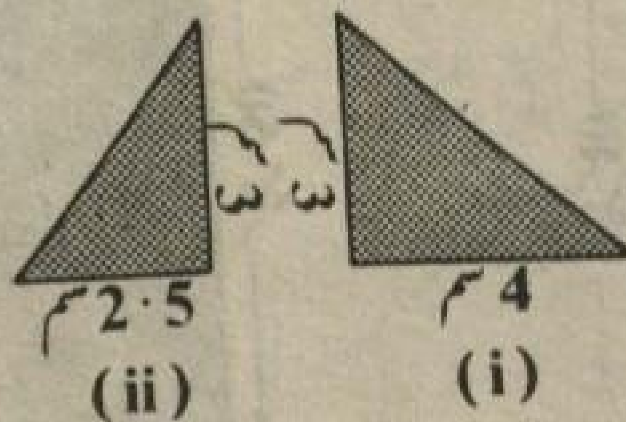


(i)



(ii)

17 -



(i) (ii)

18 - ایک کھیت 70 میٹر لمبا اور 45 میٹر چوڑا ہے۔ اس میں گندم بونے کا خرچ 1.50 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے اور اس کے گردا گرد باڑ لگانے کا خرچ 1 روپیہ فی میٹر کے حساب سے معلوم کریں۔

19 - ایک بستر کی چادر 2 میٹر 4 ڈیسی میٹر لمبی اور 1 میٹر 6 ڈیسی میٹر چوڑی ہے اس پر دونوں طرف چھپائی کا خرچ 5 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے اور کناروں پر لیس لگانے کا خرچ 50 پیسے فی میٹر کے حساب سے معلوم کریں۔

(پہلے لمبائی اور چوڑائی کو ایک ہی اکائی میں تحویل کریں)

20 - ایک مستطیلی میدان میں گھاس لگانے پر 20 روپے فی مربع ڈیکا میٹر کے حساب سے 360 روپے خرچ ہوئے۔ اگر اس کا طول 45 میٹر ہو تو عرض معلوم کریں۔

21 - دو بچوں کے سوٹ بنانے کے لیے 1.25 میٹر عرض والا کپڑا 7.50 میٹر لگتا ہے، 1.50 میٹر عرض والا کپڑا کتنا درکار ہو گا؟

22 - ایک نقشہ 1 سم = 10 کلومیٹر کی سکیل پر تیار کیا گیا ہے۔ ایک جھیل کا رقبہ 30 مربع کلومیٹر ہے۔ نقشے پر اس کا رقبہ کیا ہو گا؟

23 - ایک مستطیلی پارک 120 میٹر لمبا اور 100 میٹر چوڑا ہے۔ اس کے ارد گرد اندر کی طرف 10 میٹر چوڑی سڑک بنانی ہے اور باقی جگہ گھاس لگانی ہے کُل خرچ کیا ہو گا۔ جبکہ سڑک بنانے کی اُجرت 15 روپے فی مربع میٹر اور گھاس لگانے کی 3 روپے فی مربع میٹر ہے؟

24 - ایک مسجد کا صحن 120 میٹر لمبا اور 100 میٹر چوڑا ہے۔ اس پر 5 ڈیسی میٹر لمبے اور 3 ڈیسی میٹر چوڑے سنگِ مرمر کے کتنے بلاک لگیں گے؟ اگر

ایک بلاک کی قیمت 2.50 روپے ہو تو کُل کیا خرچ ہوگا ؟

25 – ایک فرش پر جس کی پیمائش 15 میٹر × 12 میٹر ہے ۔ چپس لگوانے کا خرچ 1440 روپے ہوتا ہے ۔ ایک دوسرے فرش پر جس کی پیمائش 12 میٹر × 8 میٹر ہے ، پلستر کرانے کا کیا خرچ ہوگا جبکہ پلستر کرانے کے خرچ کی شرح چپس کی شرح کا $\frac{4}{5}$ ہے ۔

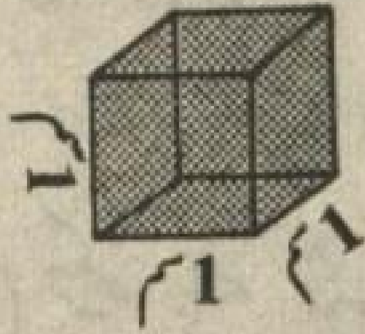
26 – (i) ایک مربّع کلومیٹر میں کتنے مربّع میٹر ہوتے ہیں ؟

(ii) ایک مربّع میٹر میں کتنے مربّع سینٹی میٹر ہوتے ہیں ؟

باب 12

حجم کا تصوّر

1 - اگر آپ اِرد گِرد کی چیزوں کو دیکھیں تو معلوم ہو گا کہ کوئی چیز بڑی ہے اور کوئی چھوٹی۔ مثلاً فٹ بال بڑا ہے اور گیند چھوٹی۔ اسی طرح تربوز بڑا ہے اور سیب چھوٹا۔ دو چیزوں میں سے جو چیز زیادہ جگہ گھیرتی ہے وہ بڑی کہلاتی ہے اور دوسری چھوٹی۔ جتنی جگہ میں کوئی چیز واقع ہو اس کی پیمائش کو اس چیز کا حجم کہتے ہیں۔ جس طرح مختلف چیزوں کی لمبائی یا رقبہ معلوم کرنے کے لیے لمبائی یا رقبہ کی اکائی کی ضرورت ہوتی ہے، اسی طرح کسی چیز کے حجم کو ماپنے کے لیے اکائی درکار ہوتی ہے۔



(1)

شکل (1) میں ایک مجسّم* دکھایا گیا ہے۔

اِس کے کتنے کنارے ہیں؟ (بارہ)

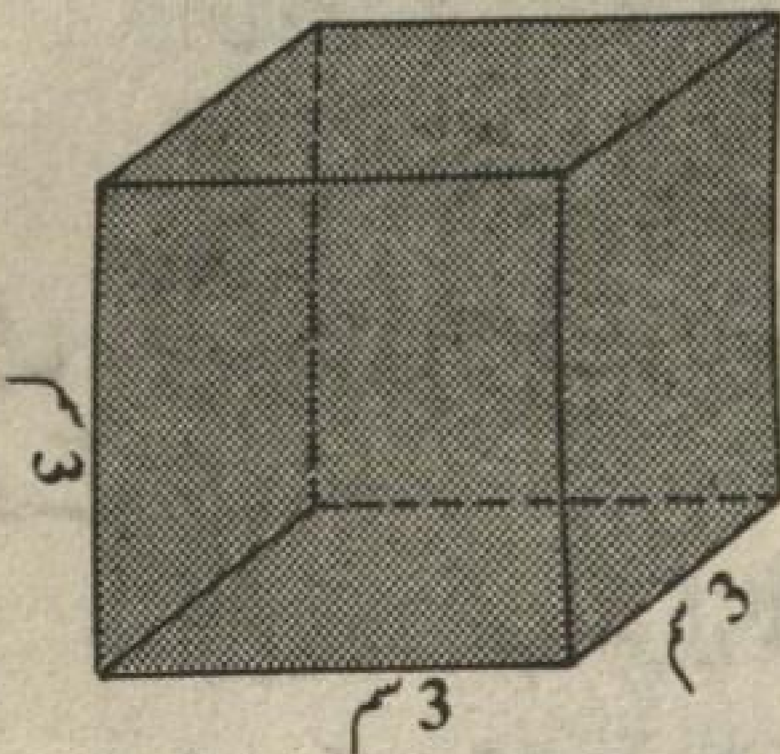
اس کی کُل کتنی سطحیں ہیں؟ (چھ)

ہر سطح مستوی ہے یا منحنی؟ (مستوی)

ہر سطح کیسی شکل کی ہے؟ (مربعی علاقہ جیسی)

ہر مربعی سطح کا ضلع کتنا لمبا ہے؟ (ایک سم)

ہم کہتے ہیں کہ اس مجسم کا حجم ایک مکعب سینٹی میٹر ہے۔



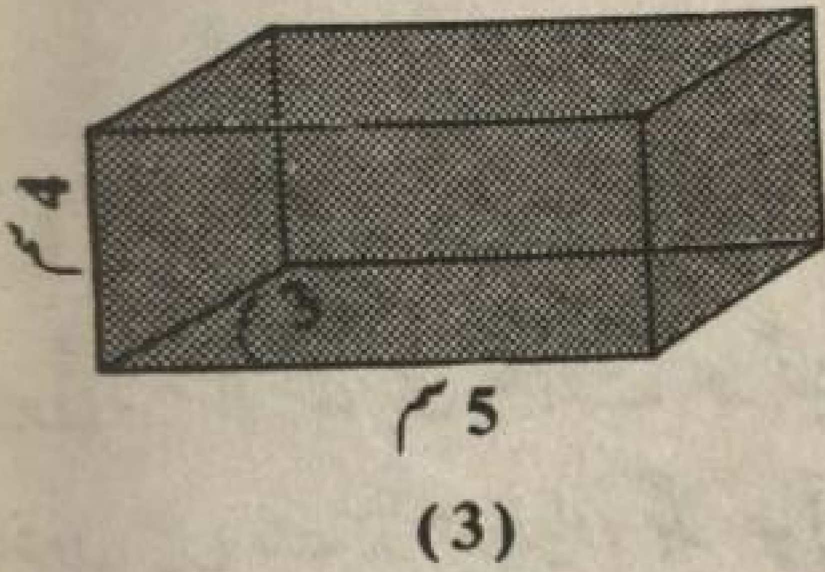
(2)

شکل (2) میں ایک اور قدرے بڑا مجسّم* دکھایا گیا ہے۔

---

* جو چیز جسم رکھتی ہے اسے مجسّم کہتے ہیں۔

اس کی ہر سطح ایک مربعی علاقہ ہے۔
تمام کنارے لمبائی میں برابر ہیں اور ہر کنارے کی لمبائی 3 سم ہے۔
اِس قسم کے مجسّم کو ٹھوس مکعب کہتے ہیں۔
شکل(3) میں ایک اور مجسّم دکھایا گیا ہے۔
اِس کے کتنے کنارے ہیں ؟ (بارہ)
کتنی سطحیں ہیں ؟ (چھ)
ہر سطح کیسا علاقہ ہے ؟ (مستطیلی)



(3)

جو کنارے ایک ہی کونہ میں ملتے ہوں یعنی ان کا ایک سرا مشترک ہو انھیں "ہم سرا کنارے" کہتے ہیں۔
شکل(3) میں دکھائے گئے مجسّم کے کوئی سے تین ہم سرا کناروں کی لمبائیاں کیا ہیں ؟ (3 سم ، 4 سم ، 5 سم)
ہم دیکھ چکے ہیں کہ ٹھوس مکعب کے تمام کنارے لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔ اس لیے اس کے کوئی سے تین ہم سرا کنارے بھی لمبائی میں برابر ہوں گے۔
کیا شکل (3) میں دکھایا گیا مجسّم ٹھوس مکعب ہے ؟ (نہیں) کیونکہ اس کے تین ہم سرا کناروں کی لمبائیاں برابر نہیں ہیں۔
اس قسم کے مجسّم کو ٹھوس مکعب نما کہتے ہیں۔

ٹھوس مکعب نما ایسا مجسّم ہوتا ہے جس کی تمام سطحیں مستوی ہوتی ہیں مگر تین ہم سرا کناروں میں سے کم از کم دو ، لمبائی میں غیر مساوی ہوتے ہیں۔

اینٹیں اور سنگِ مرمر کی ٹائلیں اکثر ٹھوس مکعب نما ہوتی ہیں۔ کتابیں اور کاپیاں بھی عموماً ٹھوس مکعب نما ہوتی ہیں۔

اب اُستاد صاحب کو چاہیے کہ وہ ایک مکعب سینٹی میٹر حجم والے ٹھوس مکعب لے کر انھیں مختلف طریقوں سے اس طرح سے ترتیب دے کہ ان سے مختلف سائزوں کے ٹھوس مکعب اور ٹھوس مکعب نما بن جائیں اور ان کی مدد سے طلبہ سے ٹھوس مکعب اور ٹھوس مکعب نما کے حجم کے کلیے عملی طور پر اخذ کرائیں۔

ٹھوس مکعب کا حجم = کنارے کی لمبائی × کنارے کی لمبائی × کنارے کی لمبائی (مکعب اکائیاں)

ٹھوس مکعب نما کا حجم = تین ہم سرا کناروں کی لمبائیوں کا حاصل ضرب (مکعب اکائیاں)

مشق 12

ٹھوس مکعب کا حجم معلوم کریں جبکہ کنارے کی لمبائی مندرجہ ذیل ہے۔

1 - 4 سم　　**2** - 9 ڈیسی میٹر　　**3** - 25 سم

4 - $2\frac{1}{2}$ ڈم　　**5** - $3\frac{3}{10}$ ڈم　　**6** - $5\frac{7}{10}$ ڈم

7 - 3.2 سم　　**8** - 5.3 سم　　**9** - 8.9 سم

10 - 11.5 سم

ٹھوس مکعب نما کے ہم سرا کناروں کی لمبائیاں مندرجہ ذیل ہیں حجم معلوم کریں۔

11 - 2 سم، 3 سم، 5 سم　　**12** - 6 ڈم، 7 ڈم، 9 ڈم

13 - $5\frac{1}{2}$ سم، $4\frac{1}{2}$ سم، $7\frac{2}{5}$ سم　　**14** - .8 ڈم، .9 ڈم، 1.6 ڈم

15 - 1.6 سم، 2.5 سم، 3.2 سم

16 - ایک مکعب نما گڑھا کھودا گیا۔ جس کی لمبائی 15 میٹر، چوڑائی 9 میٹر اور گہرائی 7 میٹر ہے۔ اس میں سے کتنے مکعب میٹر مٹی نکالی گئی؟

17 – ایک مکعب نما تالاب کے پیندے کا طول 30 میٹر، عرض 25 میٹر اور گہرائی 20 میٹر ہے۔ اس میں کتنے مکعب میٹر پانی آسکتا ہے؟

18 – ایک ٹھیکیدار نے ایک مکعب نما تہ خانہ بنانے کے لیے زمین کھودی جس کی لمبائی 5 میٹر، چوڑائی 3 میٹر اور گہرائی 4 میٹر ہے۔ اگر ایک مکعب میٹر مٹی کھودنے پر 8.50 روپے خرچ ہوں تو اس تہ خانے پر کتنی رقم خرچ ہوئی؟

19 – پانی سے بھرا ہوا ایک مکعب نما حوض 7 میٹر لمبا، 5 میٹر چوڑا اور 3 میٹر گہرا ہے۔ اس میں سے کل کتنے ڈبے پانی کے نکلیں گے؟ جبکہ ایک ڈبے میں 0.5 مکعب میٹر پانی آتا ہو۔

20 – ایک مکعب نما خالی ڈبا 15 سم لمبا، 12 سم چوڑا اور 4 سم گہرا ہے اس میں 3 مکعب سم حجم کی کتنی ٹافیاں رکھی جاسکتی ہیں۔ اگر ایک ٹافی کی قیمت 20 پیسے ہو تو ٹافیوں کے پورے ڈبے کی قیمت بتائیں۔

جوابات

مشق 1

(2) {ہفتہ، اتوار، پیر، منگل، بُدھ، جمعرات، جمعہ}

(3) {محرم، صفر، ربیع الاوّل، ربیع الثانی، جمادی الاوّل، جمادی الثانی، رجب، شعبان، رمضان، شوال، ذیقعد، ذی الحجہ}

(4) {جنوری، فروری، مارچ، اپریل، مئی، جون، جولائی، اگست، ستمبر، اکتوبر، نومبر، دسمبر}

(5) لام = {2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 19، 23}

(6) میم = {-9، -8، -7، -6، -5، -4، -3، -2، -1، 0، +1، +2، +3، +4، +5، +6، +7، +8، +9}

(7) کاف = {0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، ....، 19}

(8) الف = {4، 5، 6، 7، 8، 9}

(9) با = {7، 9، 11، 13، 15، 17}

جیم = {8، 10، 12، 14، 16، 18}

(11)، (12) : مترادف (13)، (14) : غیر مترادف

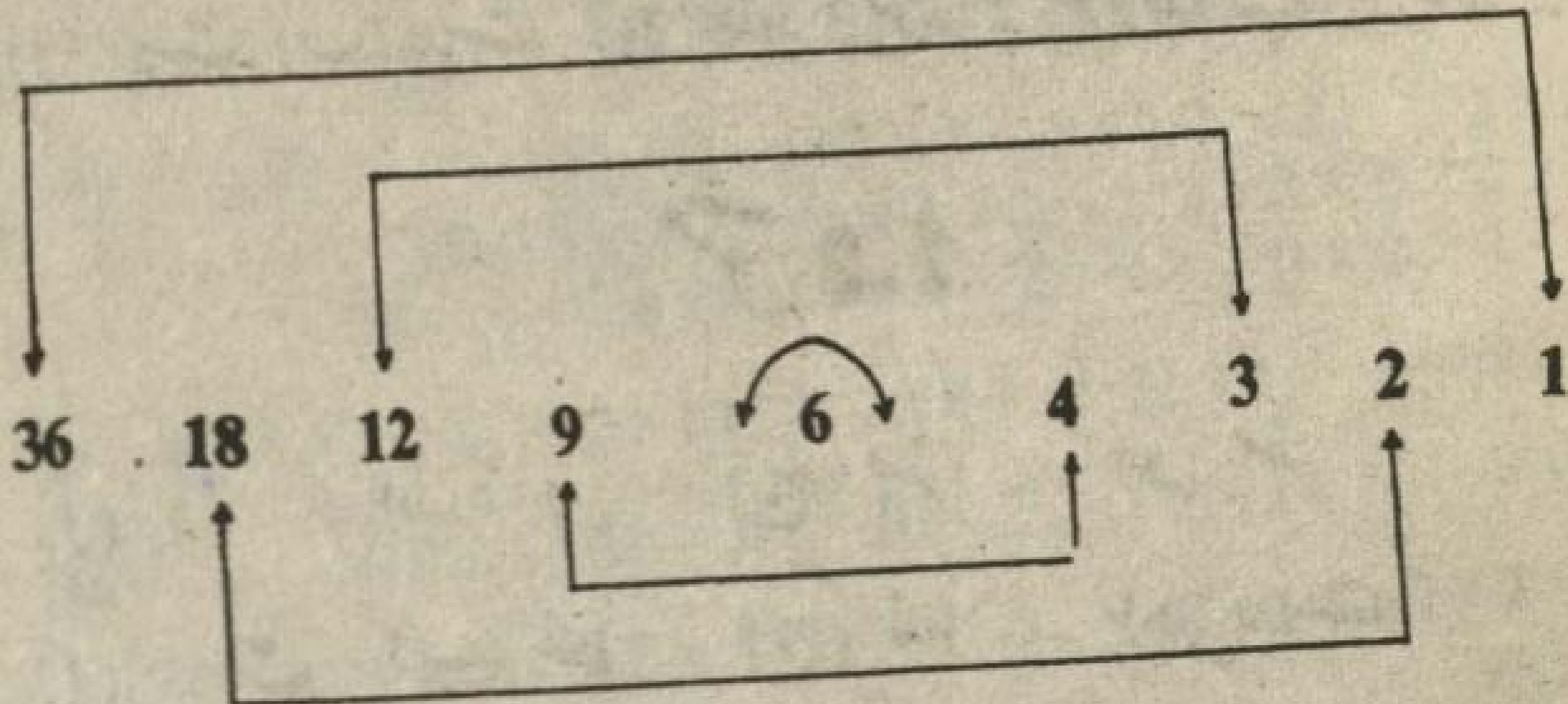
مشق 2.1

(1) 28 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1، 2، 4، 7، 14، 28}

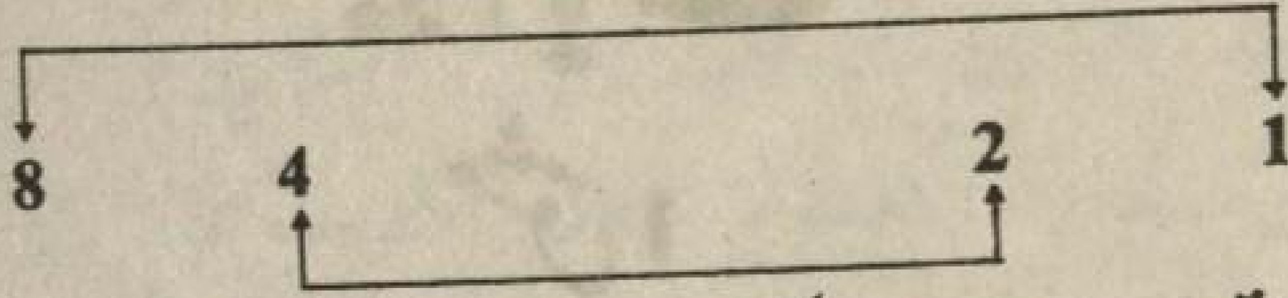
32 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1، 2، 4، 8، 16، 32}

نوٹ: باقی سیٹ بچّے خود لکھیں۔

(2) 36 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18، 36}



8 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {8‘4‘2‘1}



نوٹ : باقی سیٹ بچے خود لکھیں۔

(3) نہیں۔ کیونکہ 14 تقسیم نہیں ہو سکتا 5 سے   (4) 5‘3

(5) (ا) 8‘4 (ب) 6‘3 (ج) 5‘4 (د) 7‘3 (ر) 8‘6‘4‘3 (س) 6‘5‘4‘3

(6) (ا) غلط (ب) درست (ج) درست (د) درست

مشق 2.2

(1) مفرد اعداد : 19‘17‘7   مرکب اعداد : 207‘2,000‘1000‘100‘21‘9‘8‘6

(2) 163 ‘ 251 ‘ 401 مفرد اعداد ہیں۔

287 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {287‘41‘7‘1}

203 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {203‘29‘7‘1}

529 کے اجزائے ضربی کا سیٹ = {529‘23‘1}

(3) (ا) دو (ب) 1 (ج) مفرد

(4) (ا) درست (ب) درست (ج) غلط (کیونکہ 2 مفرد عدد ہے مگر طاق نہیں)

مشق 2.3

(1) (ا) 1 (ب) 1 (ج) صفر (د) صفر

(2) (ا) درست (ب) غلط (ج) غلط (د) درست

(3) 3‘2

مشق 2.4

(1) 2 سے تقسیم ہونے والے اعداد : 84 (اکائی کا ہندسہ 4)، 678 (اکائی کا ہندسہ 8)، 800 (اکائی کا ہندسہ 0)، 5872 (اکائی کا ہندسہ 2)، 94596 (اکائی کا ہندسہ 6)

4 سے تقسیم ہونے والے اعداد : 84 ، 800 ، 5872 ، 94596 چونکہ ان اعداد کے اکائی و دہائی کے ہندسوں سے بننے والے اعداد 4 پر تقسیم ہو سکتے ہیں۔

(2) 285 (چونکہ 2 + 8 + 5 = 15 اور 15 تقسیم ہو سکتا ہے 3 سے)، 2718، 4860، 1902، 80415، 35124، 16125

(3) (ا) 2544، 312، 246 (ب) 2544، 1000011، 312، 246

(ج) 145، 415 (د) کوئی نہیں

(4) 2544، 312، 246 کیونکہ یہ 2 اور 3 دونوں سے تقسیم ہوتے ہیں۔

(5) (ا) 1 (ب) 1 (ج) 1

مشق 2.5

(1) 2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 19، 23، 29، 31، 37، 41، 43، 47، 53، 59، 61، 67، 71، 73، 79، 83، 89، 97

(2) 151، 157، 163، 167، 173، 179، 181،

(3) 233، 239، 241، 251، 257، 263، 269

(4) 307، 311، 313، 317، 331، 337، 347، 349

مشق 2.6

(1) 2×2، 5×2، $3 \times 2 \times 2$، $5 \times 2 \times 2$، $5 \times 3 \times 2$، $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$، $7 \times 3 \times 2$، $11 \times 2 \times 2$، $3 \times 3 \times 3 \times 2$، $7 \times 2 \times 2 \times 2$، $5 \times 3 \times 2 \times 2$

(2) 8×1، 4×2، $2 \times 2 \times 2$

12×1، 6×2، 4×3

20×1، 10×2، 5×4

24×1، 12×2، 8×3

32×1، 16×2، 8×4

40×1، 20×2، 8×5

45×1، 15×3، 9×5

مشق 2.7

2×2 ، 2×2×2 ، 2×2×2×2 ، 3×3×3 ، 5×2×2×2 ، 5×3×3

5×3×2×2 ، 7×5×2 ، 3×3×3×2×2 ، 5×3×3×2×2 ، 7×7×2×2

11×7×3

(3) 3×3×3×3×3×2×2 (4) (ا) درست (ب) درست (ج) غلط۔ مثلاً 0، 1 وغیرہ کو مفرد اعداد کے حاصل ضرب کے طور پر نہیں لکھا جا سکتا۔ (5) 17 (6) 37

(7) 5

مشق 3.1

(1) {1،2} (2) {1،2،3،6} (3) {1،5} (4) {1،2،3،4،6،12}

(5) {1،3} (6) {1،3،9} (7) {1،2} (8) {1،2} (9) {1،2}

(10) {1} (11) {1،2،4} (12) {1،2،5،10}

مشق 3.2

(1) 45 کے عادوں کا سیٹ = {1،3،5،9،15،45}

75 کے عادوں کا سیٹ = {1،3،5،15،25،75}

45 اور 75 کے مشترک عادوں (اجزائے ضربی) کا سیٹ = {1،3،5،15}

مشترک عادِ اعظم = 15

باقی سوالات اسی طرح حل کیے جائیں۔ جوابات نیچے درج ہیں۔

(2) 7 (3) 24 (4) 1 (5) 12 (6) 8 (7) 5 (8) 8

(9) 12 (10) 15 (11) 13 (12) 12

مشق 3.3

(1) 30 = 2 × 3 × 5 ، 45 = 3 × 3 × 5 مشترک عادِ اعظم = 3 × 5 = 15

(2) 12 (3) 5 (4) 10 (5) 36 (6) 1 (7) 15 (8) 4

(9) 10 (10) 4 (11) 42 (12) 5

مشق 3.4

(1) 2 (2) 6 (3) 4 (4) 1 (5) 1 (6) 140 (7) 72

(8) 6 (9) 35 (10) 5 (11) 15 (12) 5 (13) 24 (14) 60

مشق 3.5

8‘7 (5) 5 (4) 4 (3) 3 ‘ 2 (2) 4 (1)

{60‘54‘48‘42‘36‘30‘24‘18‘12‘6}(7) {50‘45‘40‘35‘30‘25‘20‘15‘10‘5}(6)

{80‘72‘64‘56‘48‘40‘32‘24‘16‘8}(9) {70‘63‘56‘49‘42‘35‘28‘21‘14‘7}(8)

{90‘81‘72‘63‘54‘45‘36‘27‘18‘9}(10)

مشق 3.6

(1) 6 کے اضعاف کا سیٹ = {6‘12‘18‘24‘30‘36‘42‘48‘....}

8 کے اضعاف کا سیٹ = {8‘16‘24‘32‘40‘48‘.....}

6 اور 8 کے مشترک اضعاف کا سیٹ = {24‘48‘72‘.....}

{...‘72‘54‘36‘18} (3) {...‘135‘90‘45} (2)

{...‘180‘120‘60} (5) {...‘90‘60‘30} (4)

{...‘504‘336‘168} (7) {...‘144‘96‘48} (6)

{...‘72‘48‘24} (9) {......‘182‘91} (8)

{...‘90‘60‘30} (11) {...‘72‘48‘24} (10)

{......‘90‘60‘30} (12)

مشق 3.7

48 (6) 60 (5) 30 (4) 18 (3) 45 (2) 24 (1)

105 (12) 30 (11) 24 (10) 24 (9) 91 (8) 168 (7)

مشق 3.8

$3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$ (1)

$3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$

6400 (5) 6912 (4) 1600 (3) 144 (2) ذواضعاف اقل = 144

1008 (10) 5460 (9) 72 (8) 225 (7) 780 (6)

420 (12) 2500 (11)

مشق 3.9

(1) 420　(2) 144　(3) 216　(4) 3528　(5) 1728

(6) 5250　(7) 2520　(8) 144　(9) 1008　(10) 15470

(11) 648　(12) 116875

مشق 4.1

بطور نمونہ صرف دو جوابات دیے جا رہے ہیں۔

(1) $\frac{2}{3}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ = $\left\{\frac{2}{3} ، \frac{4}{6} ، \frac{6}{9} ، \frac{8}{12} ، \ldots\ldots\right\}$

$\frac{7}{9}$ کی مترادف کسروں کا سیٹ = $\left\{\frac{7}{9} ، \frac{14}{18} ، \frac{21}{27} ، \frac{28}{36} ، \ldots\ldots\right\}$

(2) واجب کسریں = $\frac{3}{17} ، \frac{4}{5} ، \frac{2}{3} ، \frac{11}{13} ، \frac{5}{12}$

غیرواجب کسریں = $\frac{7}{3} ، \frac{6}{5} ، \frac{10}{7} ، \frac{11}{5} ، \frac{12}{5}$

مخلوط کسریں = $7\frac{3}{4} ، 9\frac{5}{6} ، 11\frac{11}{12} ، 5\frac{7}{8}$

مشق 4.2

(1) $1\frac{5}{8}=\frac{13}{8}$　(2) $1\frac{1}{3}=1\frac{2}{6}=\frac{8}{6}$　(3) $1\frac{4}{9}$　(4) $1\frac{1}{10}$　(5) $1\frac{4}{21}$

(6) $\frac{2}{3}$　(7) $1\frac{19}{24}$　(8) $2\frac{1}{12}$　(9) $2\frac{1}{24}$　(10) $1\frac{31}{84}$

(11) $2\frac{13}{60}$　(12) $2\frac{313}{504}$　(13) $26\frac{5}{6}$　(14) $12\frac{27}{56}$

مشق 4.3

(1) $6\frac{1}{8}$　(2) $6\frac{1}{2}$　(3) 9　(4) $13\frac{2}{9}$　(5) $16\frac{5}{24}$　(6) $7\frac{23}{30}$

(7) $6\frac{3}{8}$　(8) $9\frac{7}{10}$　(9) $16\frac{17}{24}$　(10) $13\frac{19}{60}$　(11) $8\frac{17}{60}$　(12) $10\frac{7}{24}$

مشق 4.4

(1) $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) $\frac{1}{14}$ (5) صفر

(6) $\frac{2}{3}$ (7) $\frac{1}{3}$ (8) $\frac{3}{16}$ (9) $\frac{13}{24}$ (10) $\frac{3}{7}$

(11) $\frac{3}{5}$ (12) $\frac{7}{12}$

مشق 4.5

(1) $1\frac{5}{6}$ (2) $3\frac{1}{4}$ (3) $2\frac{1}{2}$ (4) $4\frac{5}{12}$ (5) $2\frac{7}{12}$ (6) $2\frac{5}{8}$

(7) $2\frac{2}{3}$ (8) $6\frac{3}{8}$ (9) $\frac{17}{30}$ (10) $7\frac{5}{9}$ (11) $2\frac{1}{2}$ (12) $1\frac{8}{15}$

مشق 4.6

(1) $3\frac{5}{12}$ (2) $9\frac{1}{24}$ (3) $2\frac{17}{24}$ (4) $\frac{11}{20}$ (5) $3\frac{1}{42}$

(6) $8\frac{1}{14}$ (7) $13\frac{1}{5}$ (8) $3\frac{5}{6}$ (9) $4\frac{1}{12}$ (10) صفر

مشق 4.7

(1) 4 (2) 6 (3) 4 (4) $7\frac{1}{2}$ (5) $13\frac{1}{3}$ (6) $15\frac{3}{4}$ (7) $7\frac{1}{2}$

(8) $6\frac{2}{7}$ (9) $22\frac{1}{2}$ (10) $36\frac{1}{8}$ (11) 9 (12) $11\frac{2}{3}$

مشق 4.8

(1) 8 (2) $12\frac{1}{2}$ (3) 16 (4) $19\frac{1}{4}$ (5) $11\frac{2}{3}$ (6) $28\frac{1}{3}$

(7) $19\frac{1}{5}$ (8) 48 (9) 13 (10) 3 (11) 9 (12) 48

مشق 4.9

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{7}{10}$ (3) $\frac{10}{27}$ (4) $\frac{7}{10}$ (5) $2\frac{13}{16}$ (6) $26\frac{1}{4}$

(7) 33 (8) $27\frac{1}{2}$ (9) $10\frac{1}{8}$ (10) 8 (11) $49\frac{11}{21}$ (12) $134\frac{1}{66}$

مشق 4.10

(1) 15 (2) 8 (3) 49 (4) 20 (5) 18 (6) 42

(7) 36 (8) 40 (9) 49 (10) 65 (11) 56 (12) 45

مشق 4.11

(1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{8}$ (3) $\frac{1}{10}$ (4) $\frac{3}{7}$ (5) $\frac{1}{6}$ (6) $\frac{1}{16}$

(7) $\frac{3}{32}$ (8) $\frac{1}{3}$ (9) $\frac{1}{6}$ (10) $\frac{1}{27}$ (11) $\frac{5}{32}$ (12) $\frac{1}{4}$

مشق 4.12

(1) 5 (2) 11 (3) $16\frac{1}{2}$ (4) 7 (5) $23\frac{1}{2}$ (6) 8

(7) $10\frac{2}{3}$ (8) $3\frac{1}{2}$ (9) 4 (10) 52 (11) $2\frac{70}{129}$ (12) $5\frac{46}{85}$

مشق 5.1

(1) .2 ، .07 ، .62 ، 10.42 ، 415.12 ، 828.03

(2) اعشاریہ تین پانچ ، دو اعشاریہ چار نو ، پچیس اعشاریہ صفر چھ ، اعشاریہ صفر نو ، چار سو سات اعشاریہ صفر تین ، سو اعشاریہ صفر ایک ۔

(3) (i) 5.9 (ii) 20.3 (iii) 55.88 (iv) .59 (v) 3608.61

(4) (i) 1.1 (ii) 10.5 (iii) 17.11 (iv) 716.55 (v) 197.99

(5) (i) 2.26 (ii) 178.67 (6) (i) 22.5 (ii) 432.24 (iii) 44687.72

مشق 5.2

(1) 2.1 ، 34.42 ، 165.04 ، 100.01

(2) (i) 8 کروڑ (ii) 100 گرام

(3) .04 ، .09 ، .1 ، .73 ، .9

(4) (i) 4.35 ، 34.05 اور 12. (مرتبہ دو) (ii) 9.4 ، 22.5 ، 8. اور 7. (مرتبہ ایک)

(iii) 6.305 ، 6.035 اور 6.503 (مرتبہ تین) ؛ 6.53 اور 6.35 (مرتبہ دو)

(5) جواب دینا مناسب نہیں ہے۔

(6) $\frac{3}{10}$ ، $\frac{8}{10}$ ، $\frac{7}{10}$ ، $\frac{4}{10}$ ، $\frac{45}{100}$ ، $\frac{4}{100}$ ، $\frac{45}{1000}$ ، $\frac{3054}{1000}$ ،

$\frac{15001}{1000}$ ، $\frac{105008}{100}$ ، $\frac{1000001}{1000}$ ، $\frac{400004}{100}$

(7) (i) صعودی 6.435 ، 9.8 ، 16.03 ؛ نزولی 16.03 ، 9.8 ، 6.435

(ii) صعودی .987 ، 8.005 ، 26.01 ؛ نزولی 26.01 ، 8.005 ، .987

(iii) صعودی .463 ، 4.63 ، 463 ؛ نزولی 463 ، 4.63 ، .463

مشق 5.3

(1) 3.76 ، 37.6 ، 376؛ 42.9 ، 429 ، 4290؛ 23 ، 230 ، 2300

8 ، 80 ، 800؛ 0.5 ، 5 ، 50؛ 320.01 ، 3200.1 ، 32001

(2) 42.4 ، 29.4 ، 74.7 ، 72 ، 81.54 ، 595.84

(3) (i) 2.03 ، 2.82 ، 7.65 (ii) 5.08 ، .9386 ، 8.189

(iii) 6.2634 ، 66.999 ، 3217.8436 (iv) 37.7982 ، 2.2821 ، .58863

(4) 20.3 کلوگرام (5) 1023.11 کلومیٹر

مشق 5.4

(1) 467.89 ، 46.789 ، 4.6789 ؛ 46.789 ، 4.6789 ، .46789 ؛

4.6789 ، .46789 ، .046789 ؛ .46789 ، .046789 ، .0046789 ؛

.046789 ، .0046789 ، .00046789 ؛ .0046789 ، .00046789 ، .000046789

(2) 342.15 ، 34.215 ، 3.4215 ؛ 87.629 ، 8.7629 ، .87629

8.8032 ، .88032 ، .088032 ؛ 5.7006 ، .57006 ، .057006

.00009 ، .000009 ، .0000009 ؛

(3) .6 (4) .8 (5) .8 (6) .6

(7) .16 (8) 1.4 (9) .008 (10) .0035

(11) 4.5 (12) .15 (13) .015 (14) .0015

(15) 4 (16) 3 (17) .5 (18) 5

(19) 15 (20) 24 (21) 1.6 (22) 16

(23) 2.8 (24) 48 (25) 48 (26) 2.6

(27) .26 (28) 43780 (29) 10940 (30) .01 حصہ

(31) 1.9 کلومیٹر (32) 1.9 لٹر

مشق 6.1

(1) 30 روپے (2) 6 روپے (3) 27 روپے (4) 3 روپے

(5) 6 روپے (6) 72 روپے (7) 600 روپے (8) 162 روپے

(9) 960 روپے (10) 9.60 روپے (11) 121 روپے (12) 850 روپے

(13) 1.44 روپے (14) 45.50 روپے (15) 840 روپے (16) 552 روپے

(17) 52 روپے (18) 33.75 روپے (19) 46750 روپے (20) 175 روپے

مشق 6.2

(1) 15 (2) 32 (3) 62

(4) .9 (5) 59 طلبہ (6) $3\frac{3}{4}$ میٹرک ٹن

(7) $2\frac{3}{4}$ گھنٹے (8) 2.25 روپے (9) 176.75 روپے

(10) 11.97 روپے (11) 8 روپے

مشق 7.1

(1) (i) 1 : 200   (ii) 1 : 25000

(iii) 1 : 500   (iv) 1 : 3750

(3) (i) 10 سم   (ii) 5 سم   (iii) 4 سم

(4) (i) 40 سم   (ii) 105 سم   (iii) 72 سم

مشق 7.2

(6) (i) 72 طلبہ   (ii) ج، د   (iii) س

(8) (i) مارچ   (ii) $12\frac{1}{2}$ روپے کے   (iii) دسمبر   (iv) کسی میں بھی نہیں۔

(9) (i) 880   (ii) 1965   (iii) ہاں   (iv) 320   (v) 1950

(vi) ایک خانہ 80 کو ظاہر کرتا ہے۔

مشق 8

(1) بچت 35 روپے   (2) بچت 184 روپے   (3) ماہانہ بچت 48.17 روپے

(4) 0·60 روپے بچت   (5) بچت 136.50 روپے   (6) خسارہ 110 روپے

مشق 9

(1)

11	10	4	23	17
18	12	6	5	24
25	19	13	7	1
2	21	20	14	8
9	3	22	16	15

(2)

6	5	10
11	7	3
4	9	8

(3)

0	1 –	4
5	1	3 –
2 –	3	2

(4)

16	12	32
36	20	4
8	28	24

(5)

2	$1\frac{1}{2}$	4
$4\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	$3\frac{1}{2}$	3

(6)

39	9	6	48
24	30	33	15
36	18	21	27
3	45	42	12

(7) تا (13) جوابات خود نکالیں۔

مشق 10.1

(1) (i) دو سِرے (ii) صرف ایک سِرا (iii) کوئی سِرا نہیں ہوتا۔

(2) (i) خط ل م اور خط م ل (ii) شعاع ط ظ (iii) قطعۂ خط اب اور ب ا

(3) (i) ایک نقطہ میں سے بے شمار خط گزر سکتے ہیں۔

ایک نقطہ میں سے بے شمار قطعاتِ خط گزر سکتے ہیں۔

ایک نقطہ میں سے بے شمار شعاعیں گزر سکتی ہیں۔

(ii) دو نقاط میں سے صرف ایک خط گزر سکتا ہے۔

دو نقاط میں سے صرف ایک قطعۂ خط گزر سکتا ہے۔

دو نقاط میں سے صرف ایک شعاع گزر سکتی ہے۔

(5) زاویہ ب ا د ، زاویہ ج ا د ، زاویہ ب ا و ، زاویہ ج ا و ،
زاویہ م ل د ، زاویہ ن ل د ، زاویہ و ل م ، زاویہ و ل ن

زاویہ	راس	بازوؤں کے نام
ب ا د	ا	اب ، اد
ج ا د	ا	اج ، اد
ب ا و	ا	اب ، او

زاویہ	راس	بازوؤں کے نام
ج ا و	ا	ا ج ، ا و
م ل د	ل	ل م ، ل د
ن ل د	ل	ل ن ، ل د
و ل م	ل	ل و ، ل م
و ل ن	ل	ل و ، ل ن

(6) قائمہ (i)، (vi) غیر قائمہ (ii)، (iii)، (iv)، (v)

(10) متوازی (ii)، (iii)، (iv)، (vi) غیر متوازی (i)، (v)

مشق 10.2

(1) صرف (i) کے دو نام دیے جاتے ہیں۔ اسی طرح باقی شکلوں کے نام بچے بتا دیں۔
متوازی الاضلاع کو ہم ا ب ج د یا ب ج د ا کہہ سکتے ہیں۔

(i) متوازی الاضلاع (ii) متوازی الاضلاع (iii) مربع (iv) ذوزنقہ

(v) مربع (vi) چوکور (vii) مربع (viii) مستطیل (ix) مستطیل

(2) (ا) 3، 3 (ب) 4، 4 (ج) 5، 5 (د) 6، 6

(3) اشکال (iv)، (vi)، (vii)، اور (ix) کثیر الاضلاع ہیں۔

مشق 10.3

(2) 2 میٹر ، 2.1 میٹر

(3) ایک، غیر متناہی ، غیر متناہی - ہاں

مشق 11

(1) 36 سم ، 81 مربّع سم (2) 124 ڈم، 961 مربّع ڈم (3) 38 میٹر، $90\frac{1}{4}$ مربّع میٹر

(4) $74\frac{2}{5}$ میٹر ، $345\frac{24}{25}$ مربّع میٹر (5) 110 ڈم ، 756.25 مربّع ڈم

(6) 18 سم ، 20 مربّع سم (7) 624 سم ، 23436 مربّع سم (8) 334 سم، 6900 مربّع سم

(9) $34\frac{1}{2}$ ڈم، $66\frac{1}{2}$ مربّع ڈم (10) $54\frac{2}{5}$ میٹر $146\frac{13}{25}$ مربّع میٹر

(11) 80.2 میٹر 374.44 مربّع میٹر (12) (i) 45 مربّع میٹر (ii) 24 مربّع میٹر (iii) 69

(13) (i) 3500 مربّع میٹر (ii) 2400 مربّع میٹر (iii) 1100 مربّع میٹر

(14) 1504 مربّع میٹر (15) 1344 مربّع میٹر

(16) (i) 72 مربّع میٹر (ii) 144 مربّع میٹر (17) (i) 6 مربّع سم (ii) 3.75 مربّع سم

(18) 4955 روپے (19) 42.40 روپے (20) 40 میٹر (21) 6.25 میٹر

(22) 3. مربّع سم (23) 84000 روپے (24) 80000 بلاک 200000 روپے

(25) 614.40 روپے (26) (i) 1000000 مربّع میٹر ، (ii) 10000 مربّع سینٹی میٹر

مشق 12

(1) 64 مکعب سم (2) 729 مکعب ڈیسی میٹر (3) 15625 مکعب سم

(4) $15\frac{5}{8}$ مکعب ڈم (5) $35\frac{937}{1000}$ مکعب سم (6) $185\frac{193}{1000}$ مکعب سم

(7) 32.768 مکعب سم (8) 148.877 مکعب سم (9) 704.969 مکعب سم

(10) 1520.875 مکعب سم (11) 30 مکعب سم (12) 378 مکعب ڈم

(13) $183\frac{3}{20}$ مکعب سم (14) 1.152 مکعب ڈم (15) 12.8 مکعب سم

(16) 945 مکعب میٹر (17) 15000 مکعب میٹر (18) 510 روپے

(19) 210 ڈبے (20) 240 ٹافیاں، 48 روپے

تیار کردہ: پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور، منظور کردہ حکومتِ پنجاب محکمۂ تعلیم لاہور

بموجب سرکلر نمبر 72/1-10 (ایس۔ او (سی) مورخہ 74-5-23

نظرثانی شدہ و منظور کردہ قومی ریویو کمیٹی وزارتِ تعلیم و صوبائی رابطہ (شعبۂ نصاب)

حکومتِ پاکستان ۔ اسلام آباد

قومی کمیٹی برائے جائزہ کتب نصاب کی تصحیح شدہ

قومی ترانہ

پاک سرزمین شاد باد ‏ ‏ کشورِ حسین شاد باد
تُو نشانِ عزمِ عالی شان ‏ ‏ ارضِ پاکستان
مرکزِ یقین شاد باد

پاک سرزمین کا نظام ‏ ‏ قوّتِ اُخوّتِ عوام
قوم، مُلک، سلطنت ‏ ‏ پائندہ تابندہ باد
شاد باد منزلِ مُراد

پرچم ستارہ و ہلال ‏ ‏ رہبرِ ترقّی و کمال
ترجمانِ ماضی شانِ حال ‏ ‏ جانِ استقبال
سایۂ خُدائے ذُوالجلال

s.Rashid

کوڈ نمبر G 56 ‏ ‏ 19862 ‏ ‏ سیریل نمبر

تاریخِ اشاعت	تعداد	بار	ایڈیشن	قیمت
مارچ 1984	20.000	دوم	اوّل	5.95